CORRECTION
CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES
FILIERE PSI 2004

1. ETUDES MECANIQUES

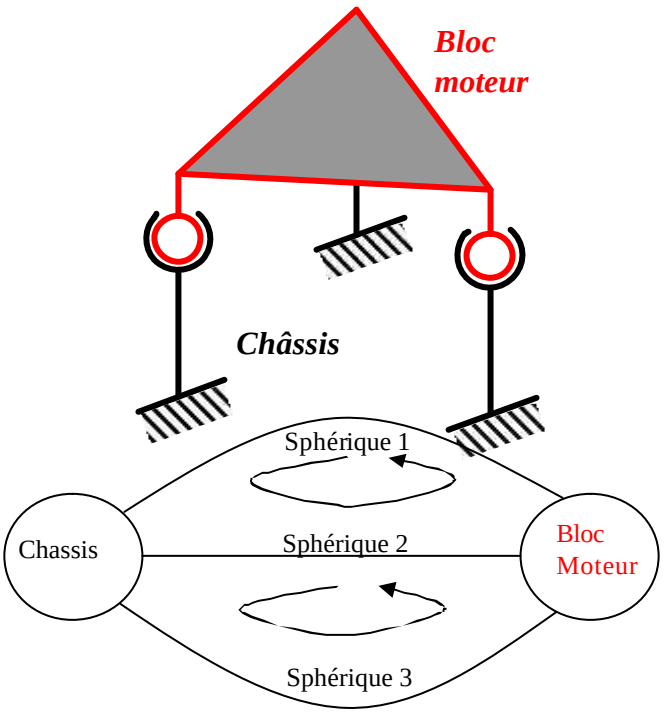
1.1.1. Question : Silentbloc

*La liaison complète du moteur avec le châssis est réalisée sur **3 silentblocs** (voir un des silentblocs / photo 2). Chaque silentbloc réalisé en élastomère (donc élastique) filtre les vibrations **en permettant 3 rotations**. Ils réduisent les bruits et chocs transmis par le moteur au châssis et facilitent son montage.*



Photo 2 : Support moteur

On déduit des termes soulignés, qu'un silentbloc peut être modélisé par une liaison rotule car il autorise 3 rotations. De plus l'énoncé nous dit que la liaison est réalisée avec trois silentblocs, c'est à dire 3 liaisons rotule (sphérique).
On en déduit le montage représenté ci-contre avec 3 sphériques en parallèle entre le bloc moteur et le châssis ;
Soit le graphe des liaisons ci-contre en dessous :



Une liaison rotule (sphérique) possède 3ddl et on a 3 liaisons sphériques. Donc $N_c = 3 \times 3 = 9$ inconnues cinématiques.
Le graphe des liaisons (tracé ci-contre) présente deux cycles indépendants. Donc $g = 2$
Le montage est équivalent à une liaison encastrement (dit dans l'énoncé : pas la peine de le démontrer), il n'a donc aucune mobilité :
$m = m_u + m_i = 0$ L'ensemble des silentblocs fournit $3.3 = 9$ inconnues statiques.
Le degré d'hyperstatisme est : $h = 6g + m - N_c$,
soit h = 12 + 0 - 9 :

h=3

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

1.1.1 Question : actions de liaisons

Déterminons les efforts dans les liaisons (inconnues de liaisons) au niveau des silentblocs (ce qui permettrait de les dimensionner), avec la modélisation isostatique proposée (figure 1 ci-contre), c'est à dire composée d'une liaison rotule en A, d'une liaison linéaire annulaire en B et d'une liaison ponctuelle en C (figure ci-contre). D'après l'énoncé, la seule action mécanique extérieure est un simple couple résistant constant $\vec{C}_r = C_r\vec{x} = 100\vec{x}$ (Nm) issu du frein qui s'applique sur le moteur.

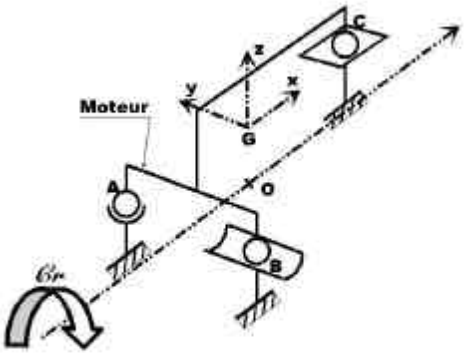


Figure 1 : Modèle isostatique moteur/bâti

Le bloc moteur, de centre de gravité G, a une masse $m = 80kg$.

On rappel les grandeurs géométriques en millimètres suivantes :

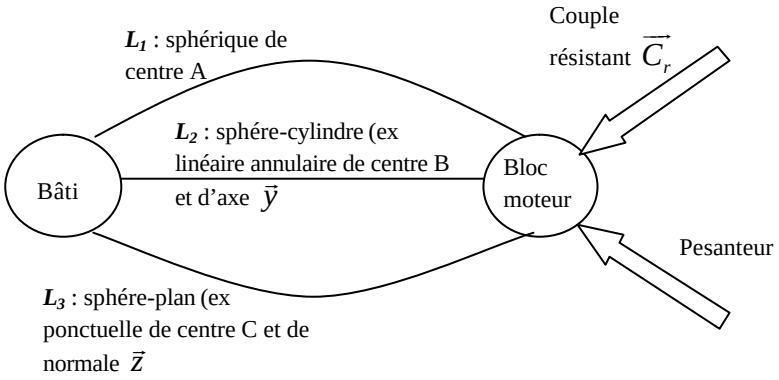
$\overrightarrow{AB} = \ell_{y_B}\vec{y} = -300\vec{y}$

$\overrightarrow{AG} = \ell_{x_G}\vec{x} + \ell_{y_G}\vec{y} + \ell_{z_G}\vec{z} = 150\vec{x} - 100\vec{y} + 150\vec{z}$

$\overrightarrow{AC} = \ell_{x_C}\vec{x} + \ell_{y_C}\vec{y} + \ell_{z_C}\vec{z} = 600\vec{x} - 150\vec{y} + 350\vec{z}$

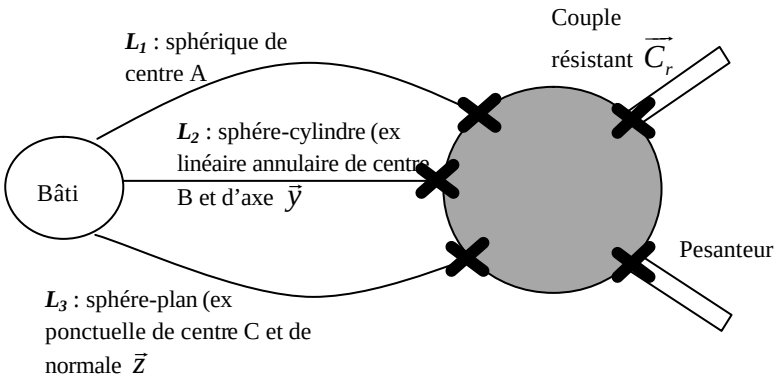
$\overrightarrow{AO} = \ell_{x_O}\vec{x} + \ell_{y_O}\vec{y} + \ell_{z_O}\vec{z} = 150\vec{x} - 150\vec{y} + 100\vec{z}$

Commençons par tracer le graphe des liaisons de ce système enrichi des actions mécaniques extérieures qui s'appliquent dessus :



Isolons le bloc moteur :

On entoure sur le graphe des liaisons enrichi des actions mécaniques extérieures le sous-ensemble isolé. A chaque fois que l'on coupe un trait, cela signifie qu'il y a une action mécanique extérieure à l'isolement (croix sur le graphe avec isolement ci-dessous) :



On voit donc très clairement avec cette méthode que l'on a cinq actions mécaniques extérieur à l'isolement du bloc moteur. Listons les et modélisons les

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

analytiquement (par la donnée de leur torseur d'action mécanique réduit au point le plus simple dans un premier temps) :

- Action mécanique du bâti sur le bloc moteur par la liaison L_1: C'est une liaison sphérique de centre A. Les inconnues de liaisons d'une telle liaison sont donc :

$$\left\{T\left(\text{bati}_1 \to \text{bloc moteur}\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} X_1 & 0 \\ Y_1 & 0 \\ Z_1 & 0 \end{matrix}\right\}_{\substack{A \\ (\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$$ (On emploi l'indice de la liaison puisque l'on a que deux sous-ensemble fonctionnel)

- Action mécanique du bâti sur le bloc moteur par la liaison L_2: C'est une liaison sphére cylindre de centre B et d'axe $\vec{y}$. Les inconnues de liaisons d'une telle liaison sont donc :

$$\left\{T\left(\text{bati}_2 \to \text{bloc moteur}\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} X_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_2 & 0 \end{matrix}\right\}_{\substack{B \\ (\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$$

- Action mécanique du bâti sur le bloc moteur par la liaison L_3: C'est une liaison sphére plan de centre C et de normale $\vec{z}$. Les inconnues de liaisons d'une telle liaison sont donc :

$$\left\{T\left(\text{bati}_3 \to \text{bloc moteur}\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_3 & 0 \end{matrix}\right\}_{\substack{C \\ (\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$$

- Action mécanique de la pesanteur sur le bloc moteur: On a donc le torseur d'action mécanique suivant : $\left\{T\left(\vec{g} \to \text{bloc moteur}\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{matrix}\right\}_{\substack{G \\ (\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$

- Action mécanique du couple résistant sur le bloc moteur: On a le torseur couple suivant :

$$\left\{T\left(\overrightarrow{C_r} \to \text{bloc moteur}\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & C_r \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{\substack{\forall M \in espace \\ (\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$$

Écrivons l'équilibre du moteur :

On choisi de l'écrire au point A car cela correspond au point où l'on connaît l'action mécanique « la plus compliquée » : celle qui a le plus d'inconnues de liaisons. Ainsi nous n'aurons pas à « déplacer » ce torseur.

On l'écrit en projection dans la base $\left(\vec{x},\vec{y},\vec{z}\right)$ puisque tous nos torseurs d'actions mécaniques sont déjà écrits dans cette base.

L'écriture du principe fondamental de la statique donne :

$$\left\{T\left(\overline{\text{bloc moteur}} \to \text{bloc moteur}\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{\substack{A \\ (\vec{x},\vec{y},\vec{z})}}$$ soit :

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

$$\left\{\mathcal{T}_{1/2}\right\}_A+\left\{\mathcal{T}_{2/3}\right\}_B+\left\{\mathcal{T}_{3/4}\right\}_C+\left\{\mathcal{T}_{pes}\right\}_G+\left\{\mathcal{T}_{r/4}\right\}_A=\left\{\mathcal{T}_{0/4}\right\}_A$$

Cette écriture est inexploitable car tous les torseurs ne sont pas réduits au même point A. On doit dons préalablement les réduire tous en A :

Pour l'action mécanique qu'exerce la liaison 2 :

$$\left\{\mathcal{T}_{1/2}\right\}_B=\left\{\begin{matrix}X_2 & 0\\ 0 & 0\\ Z_2 & 0\end{matrix}\right\}_B=\left\{\begin{matrix}X_2\\ 0\\ Z_2\end{matrix}\right\}_A\left\{\begin{matrix}0\\ 0+l_{yB}\wedge\\ 0\end{matrix}\begin{matrix}0\\ 0\\ 0\end{matrix}\begin{matrix}X_2\\ 0\\ Z_2\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}X_2 & l_{yB}Z_2\\ 0 & 0\\ Z_2 & -l_{yB}X_2\end{matrix}\right\}_A=\left\{\begin{matrix}X_2 & -300Z_2\\ 0 & 0\\ Z_2 & 300X_2\end{matrix}\right\}_A$$

$$\vec{M}_A=\vec{M}_B+\overrightarrow{AB}\wedge\vec{R}$$

Pour l'action mécanique qu'exerce la liaison 3 :

$$\left\{\mathcal{T}_{2/3}\right\}_C=\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ Z_3 & 0\end{matrix}\right\}_C=\left\{\begin{matrix}0\\ 0\\ Z_3\end{matrix}\right\}_A\left\{\begin{matrix}0\\ 0+l_{yC}\wedge\\ 0\end{matrix}\begin{matrix}l_{xC}\\ 0\\ l_{zC}\end{matrix}\begin{matrix}0\\ 0\\ Z_3\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}0 & l_{yC}Z_3\\ 0 & -l_{xC}Z_3\\ Z_3 & 0\end{matrix}\right\}_A=\left\{\begin{matrix}0 & -150Z_3\\ 0 & -600Z_3\\ Z_3 & 0\end{matrix}\right\}_A$$

$$\vec{M}_A=\vec{M}_C+\overrightarrow{AC}\wedge\vec{R}$$

Pour l'action mécanique qu'exerce la pesanteur :

$$\left\{\mathcal{T}_{pes}\right\}_G=\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ -mg & 0\end{matrix}\right\}_G=\left\{\begin{matrix}0\\ 0\\ -mg\end{matrix}\right\}_A\left\{\begin{matrix}0\\ 0+l_{yG}\wedge\\ 0\end{matrix}\begin{matrix}l_{xG}\\ 0\\ l_{zG}\end{matrix}\begin{matrix}0\\ 0\\ -mg\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}0 & -l_{yG}mg\\ 0 & l_{xG}mg\\ -mg & 0\end{matrix}\right\}_A=\left\{\begin{matrix}0 & 8.10^4\\ 0 & 12.10^4\\ -800 & 0\end{matrix}\right\}_A$$

$$\vec{M}_A=\vec{M}_G+\overrightarrow{AG}\wedge\vec{R}$$

Le principe fondamental de la statique en A appliqué au bloc moteur en projection dans la base $\left(\vec{x},\vec{y},\vec{z}\right)$, s'écrit donc ***avec toutes les longueurs exprimées en mm :***

$$\left\{\begin{matrix}X_1 & 0\\ Y_1 & 0\\ Z_1 & 0\end{matrix}\right\}_A+\left\{\begin{matrix}X_2 & -300Z_2\\ 0 & 0\\ Z_2 & 300X_2\end{matrix}\right\}_A+\left\{\begin{matrix}0 & -150Z_3\\ 0 & -600Z_3\\ Z_3 & 0\end{matrix}\right\}_A+\left\{\begin{matrix}0 & 8.10^4\\ 0 & 12.10^4\\ -800 & 0\end{matrix}\right\}_A+\left\{\begin{matrix}0 & 10.10^4\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_A=\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_A$$

Soit le système de 6 équations à 6 inconnues :

$$\begin{cases}X_1+X_2=0\\ Y_1=0\\ Z_1+Z_2+Z_3-800=0\\ -300Z_2-150Z_3+18.10^4=0\\ -600Z_3+12.10^4=0\\ 300X_2=0\end{cases}$$

. Soit après résolution :

$$\begin{cases}X_1=0N\\ Y_1=0N\\ Z_1=100N\\ Z_2=500N\\ Z_3=200N\\ X_2=0N\end{cases}$$

1.2 Liaison moteur-frein / arbre de transmission

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

L'arbre de transmission entre le moteur et le frein comporte trois liaisons :

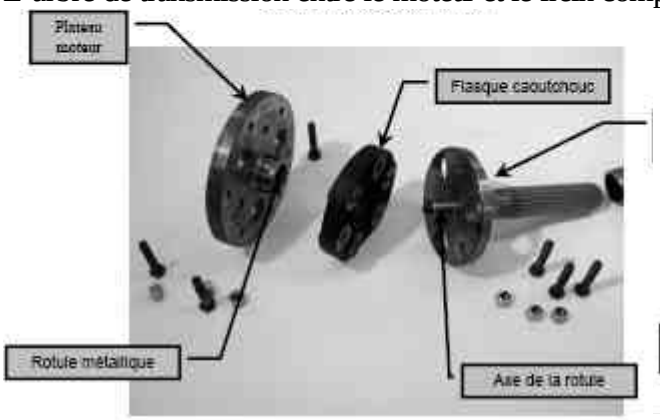


Photo 5 : Accouplement élastique côté moteur

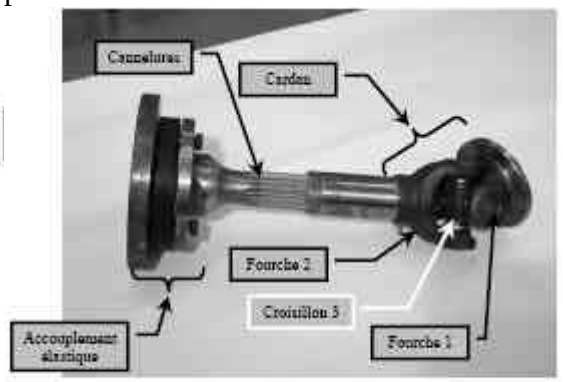


Photo 4 : Arbre de transmission

- Un accouplement élastique côté moteur – liaison plateau moteur / plateau récepteur,
- Un accouplement par cannelures dans la partie centrale de l'arbre – liaison plateau récepteur / fourche 2 ,
- Un joint de cardan côté frein – liaison fourche 2 / fourche 1.

1.2.1 Question : joint de cardan côté frein

L'arbre de transmission venant du moteur à tester est relié au rotor du frein par un joint de cardan (photo 4). Il est constitué d'une fourche 1, d'un croisillon 3 et d'une fourche 2 (photo 4 et figure 2). D'après le paramétrage cinématique proposé (figure 2) où les orientations des fourches 1 et 2 sont définies respectivement par les bases $\left(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1\right)$ et $\left(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2\right)$:

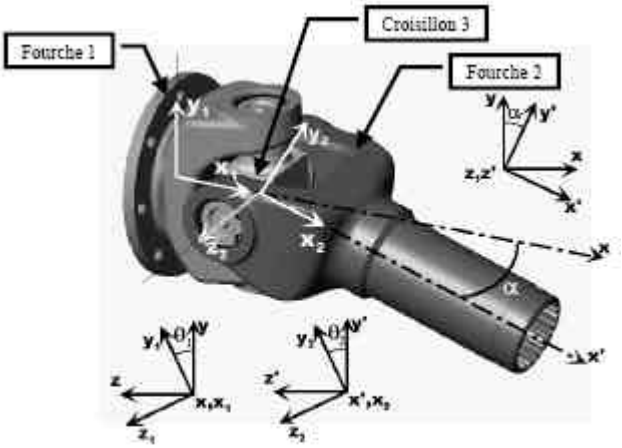


Figure 2 : Modèle cinématique du joint de cardan

Nom et le torseur cinématique de la liaison fourche 1 / croisillon 3 : Une seule rotation autour de l'axe $\vec{y}_1$ (pas de point précisé sur la figure !). Soit I, l'intersection des deux axes du croisillon 3. Alors la rotation a lieu autour de l'axe $\left(I\ \vec{y}_1\right)$. La Liaison fourche 1 / croisillon 3 est donc une liaison pivot d'axe $\left(I\ \vec{y}_1\right)$. Son torseur cinématique est donc : $\left\{V\left(fourche1/croisillon3\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} w_{13}\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_I$

Nom et le torseur cinématique de la liaison croisillon 3 / fourche 2 : Une seule rotation autour de l'axe $\left(I\ \vec{z}_2\right)$. La Liaison croisillon 3 / fourche 2 est donc une liaison pivot d'axe $\left(I\ \vec{z}_2\right)$. Son torseur cinématique est donc : $\left\{V\left(croisillon3/\ fourche2\right)\right\} = \left\{\begin{matrix} w_{32}\vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_I$

Liaison équivalente fourche 1 / fourche 2 :

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Il suffit de composer les deux torseurs cinématiques précédents puisqu'ils sont tous les deux réduits au même point I :

$$\{V(fourche1/fourche2)\} = \{V(fourche1/croisillon3)\} + \{V(croisillon3/fourche2)\}$$

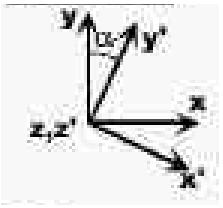
$$\{V(fourche1/fourche2)\} = \begin{Bmatrix} w_{13}\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I + \begin{Bmatrix} w_{32}\vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I = \begin{Bmatrix} w_{13}\vec{y}_1 + w_{32}\vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I .$$

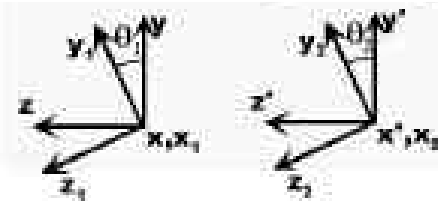
La liaison équivalente possède donc deux rotations, c'est donc **une liaison sphérique à doigt de centre I, intersection des deux axes du croisillon 3**.

1.2.2 Question : loi d'entrée-sortie

On appelle angle de brisure a , l'angle formé entre l'axe x_1 de la fourche 1 (entrée) et l'axe x_2 de la fourche 2 (sortie) du joint de cardan. En utilisant le paramétrage donné (figure 2) :

Développer la relation $\vec{y}_1.\vec{z}_2 = 0$ *et exprimer* q_1 *en fonction de* q_2 *et* a .





D'après les figures ce travail ci-dessus à droite, on a les projections suivantes :

$\vec{y}_1 = \cos q_1 \vec{y} + \sin q_1 \vec{z}$, $\vec{z}_2 = -\sin q_2 \vec{y'} + \cos q_2 \vec{z'}$, $\vec{y'} = \cos a\, \vec{y} + \sin a\, \vec{x}$ et $\vec{z'} = \vec{z}$. On peut donc effectuer le produit scalaire demandé en projetant tous les vecteurs dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\vec{y}_1.\vec{z}_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ \cos q_1 \\ \sin q_1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} -\sin q_2 \sin a \\ -\sin q_2 \cos a \\ \cos q_2 \end{vmatrix} = -\sin q_2 \cos a \cos q_1 + \cos q_2 \sin q_1$$ on a donc la relation suivante :

$$\sin q_2 \cos a \cos q_1 = \cos q_2 \sin q_1$$

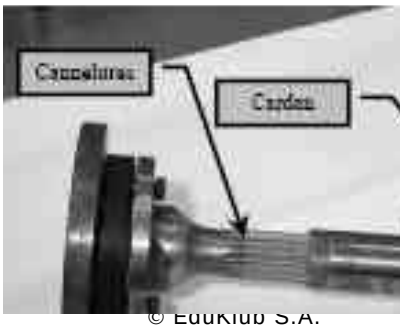
Soit la relation demandée : $\tan q_1 = \tan q_2 \cos a$

Le joint n'est donc pas homocinétique dans le cas où $\cos a \neq 1$.

Pour qu'il soit homocinétique il faut donc $a = 0$: les deux axes de rotations des 2 fourches sont donc alignés, ou $a = p$, ce qui matériellement est impossible

1.2.3 Question : accouplement par cannelures dans la partie centrale de l'arbre

Donnons un modèle de liaison correspondant à cette solution technologique.



Le cannelures permettent de bloquer la rotation par obstacle dans la liaison pivot glissante réalisée avec un contact cylindre cylindre (arbre – alésage).

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

On réalise ainsi une liaison Glissière.

1.2.4 Question : accouplement élastique côté moteur

Le vilebrequin du moteur à tester est accouplé à l'arbre de transmission du banc moteur par un accouplement constitué d'une rotule métallique et d'un flasque caoutchouc (voir photo 5 et figure 8).
La rotule métallique assure le guidage des deux axes.
Le flasque caoutchouc est en liaison encastrement avec le plateau-moteur par 3 vis et avec le plateau-récepteur par 3 autres vis.
Le flasque caoutchouc assure la transmission du couple.

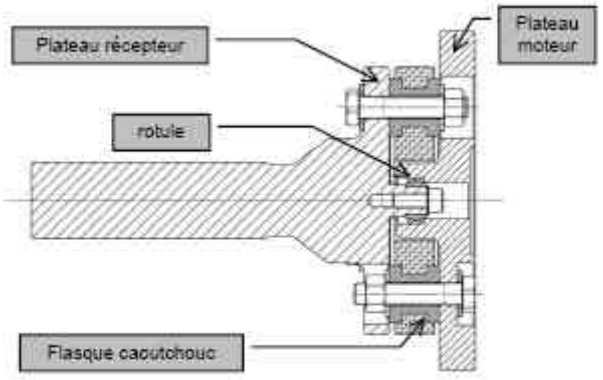


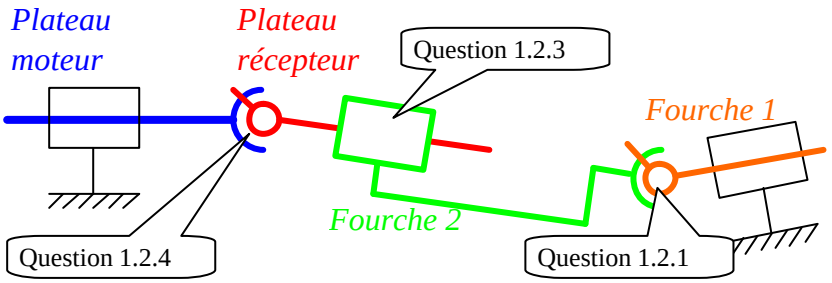
Figure 8 : Accouplement élastique côté Moteur

Proposons un modèle de liaison correspondant à cette solution technologique en justifiant votre choix.

On doit raisonner en terme d'action mécanique car le flasque est un solide déformable dont le but est la transmission d'un couple (action mécanique) du plateau moteur au plateau récepteur.
La rotule assure une liaison sphérique qui comme toute liaison sphérique a 3 inconnues de liaison (aucun couple et 3 forces).
Le flasque permet de transmettre un couple et est solidaire des deux plateaux.
La liaison globale transmet donc quatre inconnues de liaison (3 forces par la sphérique) et un couple par le flasque.
Elle est donc équivalente à une liaison **sphérique à doigt**.

1.2.5 Question : schématisation

Construisons, d'après les réponses aux questions précédentes, le schéma cinématique plan de la transmission moteur / frein.



Emmanuel FARGES
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Cette transmission a été conçue pour transmettre le mouvement de rotation en acceptant des défauts d'alignement entre le moteur et le frein:

- Angulaire par une liaison sphérique à doigt
- Radial par l'utilisation des deux liaisons sphérique à doigt
- Axial par l'utilisation de la liaison glissière.

Ces défauts peuvent avoir pour origine :

- Les tolérances de fabrication des différentes pièces (deux axes ne seront jamais exactement alignés).
- Les « défauts » des deux bâtis différents sur lesquels sont montés le moteur et le frein
- Des différents moteurs que l'on peut monter sur le banc
- Des vibrations en fonctionnement engendrées par n'importe quel solide en rotation même équilibré.

2 LE FREIN

2.1.1 Question : schéma cinématique

Traçons le schéma cinématique spatial minimal du frein, en faisant intervenir le bâti, le rotor, le capteur d'effort et le stator (sans l'arbre de transmission ni le moteur) :

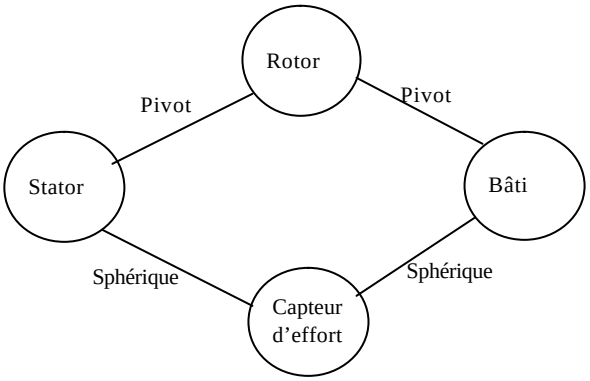
Figure 3 : Le Stator est guidé en rotation par rapport au bâti par deux roulements R1 et R2. (on précisera la nature exacte de ce montage plus tard, puisque c'est l'objet de la question suivante). On a donc une **liaison pivot entre le stator et le bâti**.

Figure 7 : Le rotor est guidé en rotation par rapport au stator (ce qui parait normal !!!) par interposition d'éléments roulants : R3, R4 et R5. On a donc une liaison **pivot entre le stator et le rotor, de même axe que la précédente**.

Photo 3 : Le capteur d'effort est « coincé » entre **deux rotules (= sphériques)**. L'une lié au stator, l'autre liée au bâti.

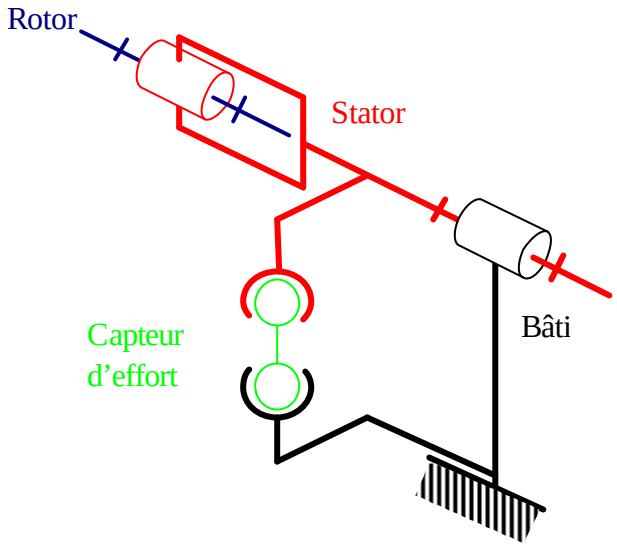
On obtient donc le graphe des liaisons ci-contre :

Et le schéma cinématique ci-dessous :



Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.



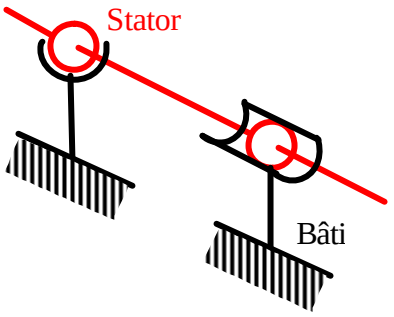
2.1.2 Question : schéma architectural

Traçons le schéma architectural plan de la liaison stator / bâti.

Ce guidage est réalisé sur des roulements à billes à contact radial R1 et R2.

- Les bagues intérieure et extérieure du roulement R2 sont respectivement liées au stator et au bâti : la liaison réalisée est donc une **liaison sphérique au niveau de ce roulement R2**.
- La bague intérieure du roulement R1 est liée au stator alors que sa bague extérieure, centrée dans le bâti, n'est pas immobilisée axialement : la liaison réalisée est donc une sphérique pouvant se translatée (puisque non arrêtée axialement). C'est donc **une liaison linéaire annulaire (sphère-cylindre) au niveau de ce roulement R1**.

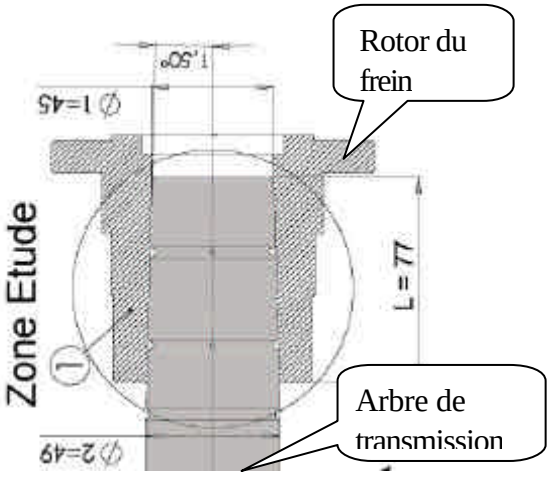
On obtient donc le schéma d'architecture ci-contre :



2.2 Calcul de l'accouplement conique

Le rotor du frein est accouplé à l'arbre de transmission venant du moteur par une bride conique .

Lors du montage, un effort axial $\vec{F_x}$, exercé par la bride 1 sur l'arbre rotor 2 , génère une pression de contact *P* entre 1 et 2. Cette pression est bien sûr normale à la surface de contact de 1 sur 2. La conicité étant faible, il y a alors coincement de 1 sur 2. Ce coincement doit être suffisant



Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduc autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

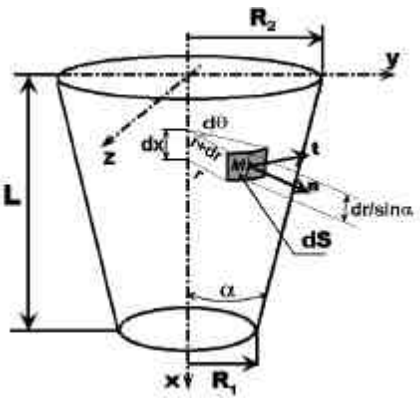
Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

pour transmettre le couple maxi pour lequel le frein a été conçu, soit 700 Nm.

Modèle de calcul :

$\vec{n}$ représente le vecteur normal extérieur à l'élément de surface dS au point M

$\vec{t}$ un vecteur tangentiel à l'élément de surface dS au point M parallèle au plan $(\vec{y}O\vec{z})$.



Données :

- Facteur de frottement entre 1 et 2 : m = 0,2
- Couple maxi à transmettre: C = 700 Nm
- Contact conique: R_1 =22,5mm; R_2 =24,5mm; a =1,5° et L = 77mm
- Hypothèse : P pression de contact uniforme

2.2.1 Question : résultante de l'action de contact répartie

Donnons la relation existant entre la force axiale $\overrightarrow{F_x}$ et la pression P, en fonction de R_1 et R_2, rayon inférieur et supérieur de la surface de contact.

$\overrightarrow{F_X}$ est l'intégrale des action mécanique de contact en projection sur l'axe $\vec{x}$:

$$\overrightarrow{F_X} = \vec{x}\int_0^L\int_0^{2p}\left[-P\vec{n}+mP\vec{t}\right].\vec{x}\,dS = \vec{x}\int_0^L\int_0^{2p} -P\underbrace{\frac{(\vec{n}.\vec{x})}{\sin a}}\underbrace{r(x)\,dq\,\frac{dr}{\sin a}}_{dS} \quad \text{car } \vec{t}.\vec{x}=0$$

Calculons $r(x)$: C'est la fonction affine qui vaut R_2 pour $x=0$ et R_1 pour $x=L$.

On a donc : $r(x)=(R_1-R_2)\frac{x}{L}+R_2 = -x\tan a + R_2$ car $L\tan a = R_2 - R_1$

Donc $dr = -dx\tan a$, d'où $dS = r(x)\,dq\,\frac{dr}{\sin a} = dq\,(x\tan a - R_2)\frac{dx}{\cos a}$.

Reprenons le calcul de $\overrightarrow{F_X}$:

$$\overrightarrow{F_X} = \vec{x}\int_0^L\int_0^{2p} -P(\sin a)\,dq\,(x\tan a - R_2)\frac{dx}{\cos a} = -\tan a\,\vec{x}\int_0^L\int_0^{2p} P\,dq\,(x\tan a - R_2)\,dx$$

$$\overrightarrow{F_X} = -2p\,P\tan a\,\vec{x}\int_0^L (x\tan a - R_2)\,dx = -2p\,P\tan a\,\vec{x}\left(\frac{L^2}{2}\tan a - R_2 L\right)$$

$$\overrightarrow{F_X} = -2p\,PL\tan a\,\vec{x}\left(\frac{L}{2}\tan a - R_2\right) \text{ avec } L\tan a = R_2 - R_1$$

D'où : $\overrightarrow{F_X} = -2p\,P(R_2-R_1)\vec{x}\left(\frac{R_2-R_1}{2} - R_2\right) = p\,P\left(R_2^2 - R_1^2\right)\vec{x}$

$$\boxed{\overrightarrow{F_X} = p\,P\left(R_2^2 - R_1^2\right)\vec{x}}$$

2.2.2 Question : moment de l'action de contact répartie

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.