PROBABILITES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–14

Une pièce de monnaie est déséquilibrée de telle sorte que la probabilité d'apparition de Pile est égale à $\frac{1}{3}$. On effectue avec cette pièce une suite de lancers indépendants et on considère l'événement A_n : ‹‹ la séquence PF apparaît pour la première fois aux $(n-1)^{\text{ème}}$ et $n^{\text{ème}}$ lancers $(n \geq 2)$ ›› . On note a_n la probabilité de A_n.

1) Calculer a_2, a_3, a_4.

2) Montrer que $a_n = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2^k}{3^n}$ et calculer a_n.

3) On considère la variable aléatoire X égale au nombre de lancers nécessaires pour qu'apparaisse pour la première fois la séquence PF. Déterminer la loi de X et son espérance.

4) Calculer la probabilité pour que la séquence PF n'apparaisse jamais.

5) a) Soit B_n l'événement : ‹‹ la séquence PF apparaît pour la première fois aux $(n-1)^{\text{ème}}$ et $n^{\text{ème}}$ lancers, et il n'y a pas eu avant de séquence FP ›› . Soit b_n la probabilité de B_n. Calculer b_n pour $n \in \mathbb{N}$.

b) En déduire la probabilité pour que la première séquence PF apparaisse avant la première séquence FP.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

Question 2 : exprimer A_n comme union d'événements deux à deux incompatibles en distinguant le cas où il n'y a que des piles du cas où il y a au moins une face .

Question 4 : on pourra penser à l'événement contraire .

Question 5−b) : Utiliser les événement B_n.

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.