PROBABILITES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–20

Partie A

Un jour donné, le nombre N de clients qui examinent un modèle donné de voiture est une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$. On pose $p = P(N = 0)$ $(p \in]0;1[)$ et on admet l'hypothèse suivante :

$$\forall (r,s) \in \mathbb{N}^2,\ P_{N\geq r}(N \geq r+s) = P(N \geq s).$$

1) Calculer $P(N \geq 1)$, $P(N \geq 2)$ et $P(N = 1)$.

2) a) Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $P(N \geq n)$; on montrera que la suite $(P(N \geq n))$ est une suite géométrique.

b) Déterminer la loi de probabilité de N.

3) Déterminer l'espérance et la variance de N.

Partie B

Pour $i \in \mathbb{N}^*$, on considère la variable de Bernoulli définie par : $X_i = 1$ si et seulement si le $i^{\text{ème}}$ client décide de passer commande et on pose $P(X_i = 1) = \alpha$, $(\alpha \in]0;1[)$. On suppose que les variables X_i sont indépendantes mutuellement et indépendantes de N.

1) Pour tout $n \in N^*$, on pose $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$. Déterminer la loi de S_n.

2) On note S la variable aléatoire égale au nombre de voitures commandées.

Soit $k \in \mathbb{N}$ et $x \in]0;1[$. On admettra que la série de terme général $u_n = \binom{n}{k} x^k$, $n \in \mathbb{N}$, converge et on notera $\sigma_k(x)$ sa somme.

a) Montrer que $\forall x \in]0;1[,\ \forall k \in \mathbb{N},\ \sigma_{k+1}(x) = x(\sigma_k(x) + \sigma_{k+1}(x))$.

b) En déduire que : $\sigma_k(x) = \dfrac{x^k}{(1-x)^{k+1}}$.

c) Déterminer la loi de S.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.