PROBABILITES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–9

Trois enfants A, B, C jouent à la balle.

Lorsque A a la balle, la probabilité pour qu'il la lance à B est $\frac{3}{4}$, la probabilité pour qu'il la lance à C est $\frac{1}{4}$.

Lorsque B a la balle, la probabilité pour qu'il la lance à A est $\frac{3}{4}$, la probabilité pour qu'il la lance à C est $\frac{1}{4}$.

C envoie toujours la balle à B.

Pour $n \in \mathbb{N}$, on désigne par A_n (resp $B_n,\ C_n$) l'événement ‹‹ A (resp $B,\ C$) a la balle à l'issue du $n^{\text{ème}}$ lancer ›› .

On pose $a_n = P(A_n),\ b_n = P(B_n),\ c_n = P(C_n)$.

Au départ la balle est lancée à l'un des trois joueurs ; c'est par convention le lancer numéro 0. Donc on pose $a_0 = P(A_0),\ b_0 = P(B_0),\ c_0 = P(C_0)$ avec $a_0 + b_0 + c_0 = 1$.

1) On pose, pour $n \in \mathbb{N},\ X_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix}$.

Montrer, en la déterminant, qu'il existe une matrice $D \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que

$$\forall n \in \mathbb{N},\ X_n = D^n X_0.$$

2) Calculer X_n en fonction de n.

3) Calculer les limites de $a_n,\ b_n$ et c_n quand n tend vers $+\infty$.

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.