ALGEBRE LINEAIRE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–5

Soit P la matrice d'ordre $n+1$:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & -p_1 & \dots & \dots & -p_n \\ p_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ p_2 & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ p_n & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

où les p_i sont des nombres réels.

1) On considère les vecteurs colonnes appartenant à $\mathcal{M}_{n+1,1}(\mathbb{R})$

$$X = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \; Y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \cdots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Résoudre le système $Y = PX$ d'inconnues $x_0, x_1 \cdots x_n$ réelles (On pourra poser $s = \sum_{k=1}^{n} p_k^2$).

2) En déduire que la matrice P est inversible et expliciter P^{-1}.

3) Déterminer les valeurs propres et les sous-espaces propres de P. Cette matrice est-elle diagonalisable ?

 © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

1) On trouvera $x_0 = \frac{1}{1+s}\left(y_0 + \sum_{i=1}^{n} p_i y_i\right)$ et

$\forall k \in [\![1, n]\!]$, $x_k = y_k - \frac{1}{1+s} p_k \left(y_0 + \sum_{i=1}^{n} p_i y_i\right)$.

3) On distinguera les cas $\lambda = 1$ et $\lambda \neq 1$

Le résultat est : une seule valeur propre .

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.