ALGEBRE LINEAIRE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–8

On considère le sous-ensemble $\mathcal{M}$ de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ défini par :

$$\mathcal{M} = \left\{ A(t) = \begin{pmatrix} 1+t & t & 0 \\ t & 1+t & 0 \\ t & -t & 1+2t \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \ / \ t \in \mathbb{R} \right\}.$$

1) Montrer que $\mathcal{M}$ est stable par produit matriciel.

2) Déterminer les valeurs de t pour lesquelles $A(t)$ est inversible.

3) On note $\mathcal{M}_1 = \left\{ A(t) \in \mathcal{M} \ / \ t \in \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\} \right\}$.

Montrer que $\mathcal{M}_1$ est un groupe multiplicatif, c'est-à-dire :

$\forall (A,B) \in (\mathcal{M}_1)^2,\ AB \in \mathcal{M}_1$; la matrice unité est dans $\mathcal{M}_1$; $\forall A \in \mathcal{M}_1,\ A$ est inversible et son inverse dans $\mathcal{M}_1$.

L'associativité n'est pas à montrer, elle est acquise.

4) Résoudre dans $\mathcal{M}$ l'équation : $X^2 = A(1)$.

5) Soit $x_0 \in \mathbb{R}$ et $B = A(x_0)$. Calculer B^n, pour $n \in \mathbb{N}^*$.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.