



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



ALGEBRE LINEAIRE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE-19

Soit E un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension $n \geq 3$, de base notée $B = (e_1, e_2, \dots, e_n)$.

Pour $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$, on pose $f_k = \left(\sum_{i=1}^n e_i \right) - e_k$.

1) Montrer que la famille $B_1 = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ est une base de E . Déterminer la matrice de passage P de B à B_1 .

2) Déterminer P^{-1} .

3) Dans cette question $n = 3$ et A est la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Diagonaliser A .

4) Calculer A^n pour $n \in \mathbb{N}^*$.