PROBABILITES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–25

Soit (X, Y) un vecteur aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}^2$ dont la loi de probabilité est donnée par la formule :

$$\forall (i,j) \in \mathbb{N}^2,\ P(X=i, Y=j) = c\frac{i+j}{3^{i+j} i!j!}.$$

1) Calculer la constante c (un joli calcul de somme double).

2) Déterminer les lois marginales de X et Y. Ces deux variables sont-elles indépendantes ?

3) Soit $n \in \mathbb{N}$. Déterminer la loi conditionnelle de Y sachant $(X = n)$.

4) Déterminer la loi de la variable Z qui est la variable $Y - 1$ conditionnée par l'événement $(X = 0)$.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

Pour la question 1), on pourra écrire

$S = \lim\limits_{\substack{n\to+\infty \\ m\to+\infty}} cS(n,m)$

où $S(n,m) = \sum\limits_{\substack{0\leq i\leq n \\ 0\leq j\leq m}} \frac{i+j}{3^{i+j}i!j!}$.

Puis

$$S(n,m) = \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{i}{3^i i!}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{3^j j!}\right) + \sum_{i=0}^{n}\left(\frac{1}{3^i i!}\sum_{j=1}^{m}\frac{j}{3^j j!}\right)$$

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.