CORRECTION

CONCOURS COMMUNS

Mines Ponts

PSI 2005

Durée 4 heures



La ligne de métro METEOR

Question 1 : Détaillons l'expansion de la macroétape 3 à partir des spécifications, des variables Entrées/Sorties et des macroétapes décrites ci-dessous.

Il suffit de traduire sous forme de GRAFCET les spécifications et notations données au paragraphe 1 annexe 1 :

- Après vérification par le SAET (***S**ystème d'**A**utomatisation de l'**E**xploitation des **T**rains*) que le train est arrêté en station, et en fonction du côté de service correspondant à la station, le SAET déclenche une procédure aboutissant à l'ouverture des portes. Cette procédure sera représentée par la macroétape OG (respectivement OD) pour l'ouverture des portes gauches (respectivement droites).

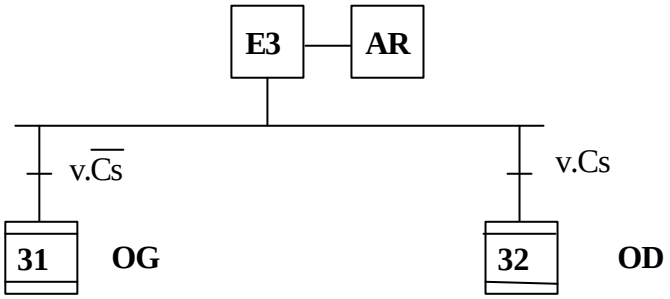
Traduction : 2 cas de figure. Soit (=divergence en OU)

Le train est arrêté (entrée v=1) du coté service gauche (entrée Cs=0), soit la receptivité: $v.\overline{Cs}$, alors OG.

Le train est arrêté (entrée v=1) du coté service droit (entrée Cs=1), soit la receptivité: $v.Cs$, alors OD

On peut donc commencer le GRAFCET demandé :

On peut remarquer que le début de GRAFCET donné dans l'énoncé était trompeur car semblait indiquer un début de GRAFCET avec une transition simple et non une Divergence en OU.



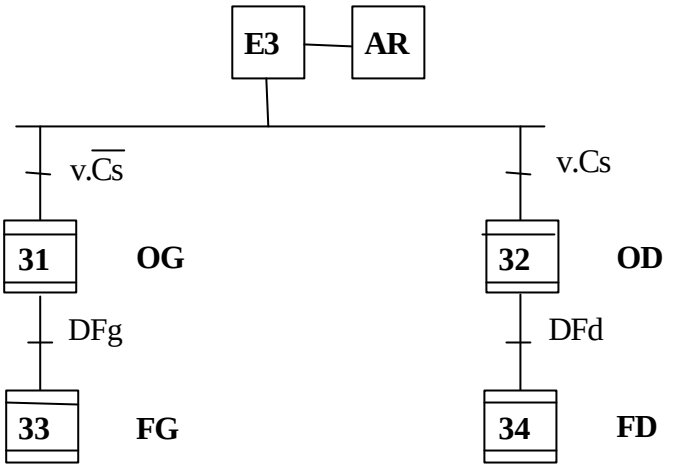
- A la fin de la procédure d'ouverture, le SAET envoie un signal « demande de fermeture » qui déclenche alors la procédure de fermeture des portes. Cette procédure sera représentée par la macroétape FG (respectivement FD) pour la fermeture des portes gauches (respectivement droites).

Traduction : Lorsque les demandes de fermeture sont obtenues (entrées **DFd**, **DFg**), on effectue les macroétapes de fermeture (sortie **FD** respectivement **FG**)

On peut donc continuer le GRAFCET demandé :

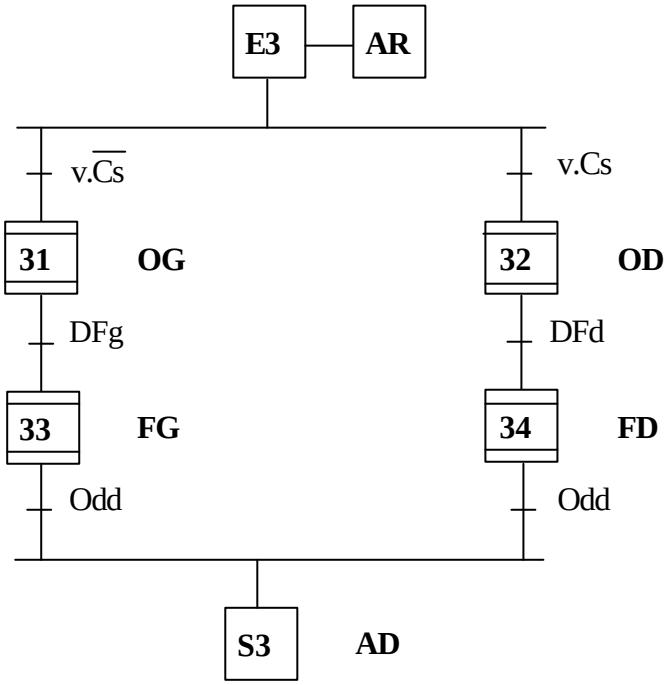
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.



- A l'issue de la procédure de fermeture, le SAET envoie un signal «ordre de démarrage », autorisant ainsi le train à démarrer.

Traduction : A l'ordre de démarrage élaboré automatiquement à la fin de la procédure de fermeture (entrée **Odd**), on donne l'ordre de démarrage (sortie **AD**). Soit une convergence ne OU, puisque l'on a préalablement divergé en OU)
On peut donc continuer le GRAFCET demandé :



Réalisons ensuite l'expansion de la macroétape OG à partir des spécifications et des variables Entrées/Sorties décrites au paragraphe 2.

- Toutes les portes du côté gauche sont tout d'abord placées en état « autorisation d'ouverture », après vérification par le SAET que le train est arrêté en vis-à-vis des portes palières et si une demande d'ouverture de portes a été effectuée par le SAET.

Traduction : Après l'étape d'entrée E31, on attend la vérification vis-à-vis des portes palières gauches (réceptivité : *Dppg*) **et** la demande d'ouverture des portes gauches

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

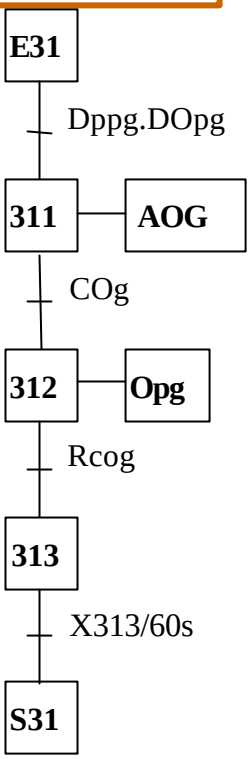
(réceptivité : *DOpg*), soit la réceptivité en ET logique : Dppg.DOpg . On peut alors donner l'ordre d'autorisation d'ouverture (sortie **AOG** étape 311)

- L'ouverture des portes ne peut ensuite s'accomplir que lorsque le réseau informatique transmet un signal «commande d'ouverture » aux platines électroniques des portes.

Traduction : Après l'étape d'entrée 311, on attend la réceptivité COg pour ouvrir effectivement les portes à l'étape suivante (312) avec l'ordre (sortie automate) **Opg**.

- Les portes restent ouvertes pendant une minute à partir du moment où le relais «contrôle d'ouverture » est alimenté, traduisant le fait que les butées «ouverture des portes » sont atteintes.

Traduction : Après l'étape d'entrée 312, on attend la réceptivité Rcog signifiant que les portes sont complètement ouvertes pour attendre 1 minute (étape 313 d'attente : aucun ordre). Pour que l'étape d'attente 313 dure 1 minute, on la fait suivre par la transition simple de réceptivité : X313/60s qui devient vraies 60 secondes après le début de l'étape 313 (X313). On passe ensuite à l'étape de sortie de la macro-étape OG :S31



1 Fonction « rouler »

Les bogies ont pour fonction d'assurer le roulement des trains, donc la fonction « ROULER »

Question 2 : Décrivons la fonction « rouler» dans un premier diagramme FAST

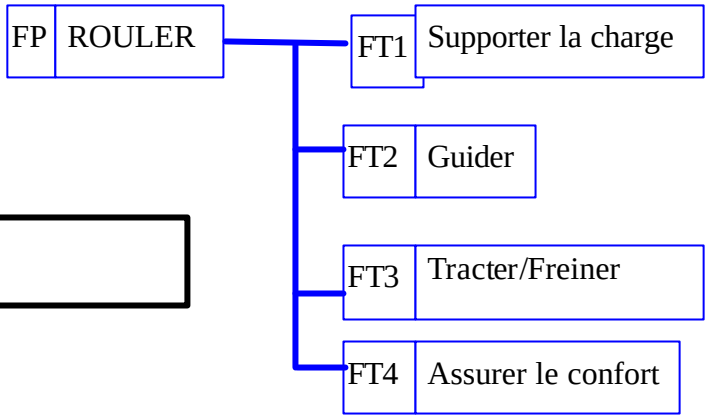
Dans le descriptif de la fonction «ROULER », on surligne **en jaune** les fonctions assurées par les bogies. Elles mêmes assurant la fonction «ROULER » :

Les bogies supportent la charge des voitures et **assurent le guidage par rapport au sol**. Le guidage est réalisé en pleine voie par les roues de guidage qui sont «pincées » entre deux barres de guidage. En l'absence des barres de guidage, lors du franchissement des appareils de voie (aiguillage), le guidage est réalisé par le contact latéral des roues auxiliaires avec les rails.
Les bogies assurent la fonction traction/freinage en transmettant aux roues **le couple moteur par l'intermédiaire des ponts moteurs . Le moteur fournit soit un couple moteur soit un couple de freinage. La fonction freinage est complétée par un système de freinage mécanique.**
La suspension des bogies assure le confort des passagers et le maintien du plancher des voitures à une hauteur la plus constante possible. **Des frotteurs (positifs) permettent de capter l'énergie électrique sur les barres de guidage. Des frotteurs (négatifs) permettent le retour du courant par l'intermédiaire du rail de roulement. Des frotteurs de masse réalisent la mise à la masse des véhicules.**

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

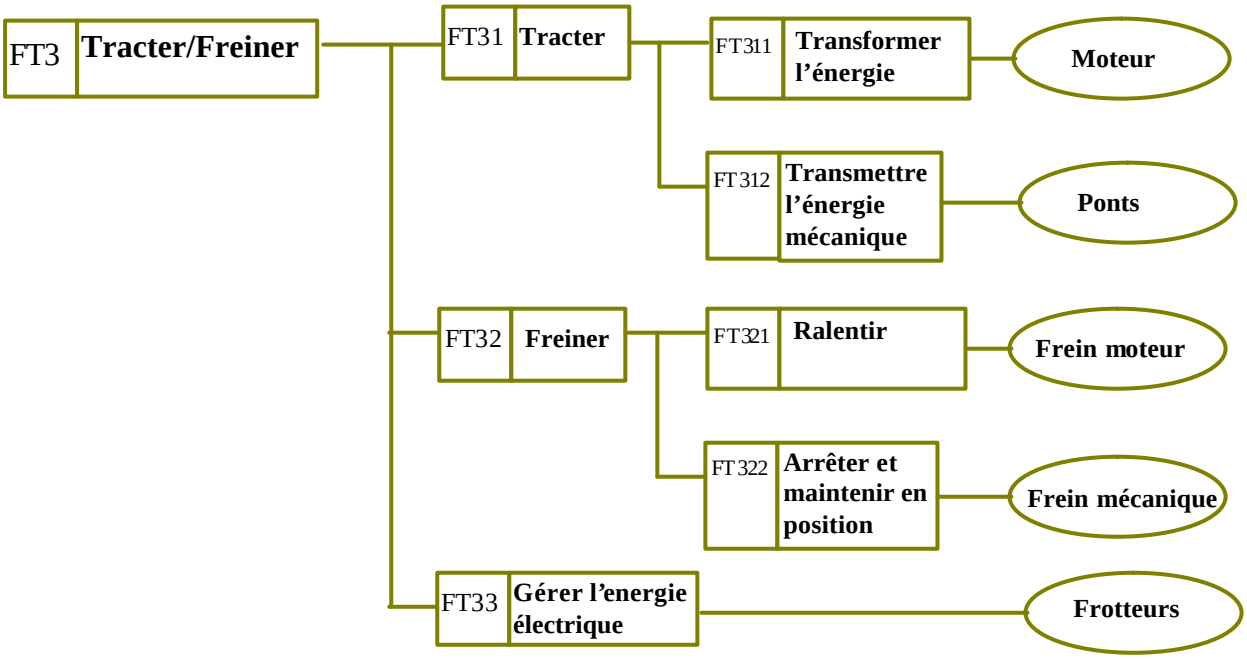
Le pivotement entre caisse et bogie est permis grâce à une couronne à billes de 1220 mm de diamètre.



Soit le FAST ci-contre représentant les quatre fonctions surlignées en jaune :

Détaillons ensuite dans un deuxième diagramme la fonction « traction/freinage ».

On surligne cette fois ci en **bleu** dans le descriptif de la fonction « ROULER » ci-dessus les sous-fonctions associées à la fonction FT3 : traction/freinage :
Certaines fonctions sont implicites et font appellent à de la culture technologique ; notamment ce qui concerne les différences d'utilisation et donc de fonctions assurées par un frein moteur et un frein mécanique.



1.1 Etude de la transmission

1.1.1 Etude du différentiel

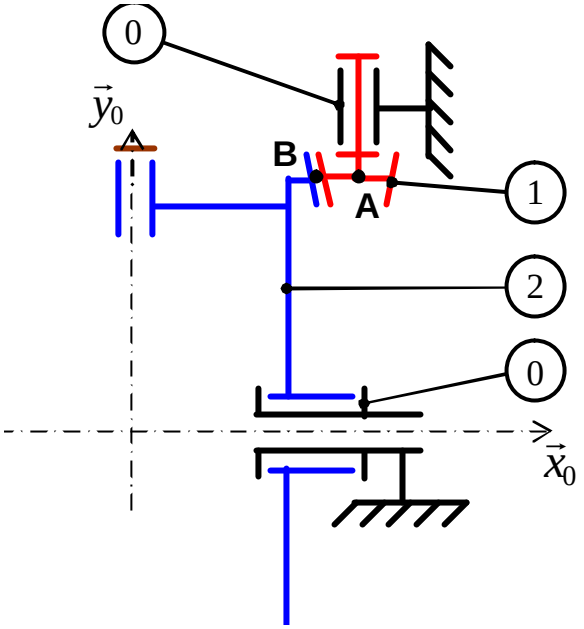
Pour cette étude, les poids des pièces seront négligés.

Question 3 : Exprimons $\frac{w_{2/0}}{w_{1/0}}$ en fonction des nombres de dents des pignons et en tenant compte des notations données en annexe

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

On peut limiter le schéma donné en Annexe 3 aux seuls éléments nécessaires à cette question :



Données géométriques :
Seules sont rappelées celles nécessaires à cette question :
Les pignons 1, 2 et 3 ont respectivement Z_1, Z_2 et Z_3 dents. Ils ont tous le même module m.
Il est rappelé que la relation liant le module au diamètre D d'une roue dentée est : **D = m Z**, où Z est le nombre de dents.
Notation :

$\vec{W}_{1/0} = w_{1/0}\vec{y}_0$; $\vec{W}_{2/0} = w_{2/0}\vec{x}_0$

Appliquons la formule d'un train d'engrenage simple : $\frac{w_{sortie}}{w_{entrée}} = \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}}$

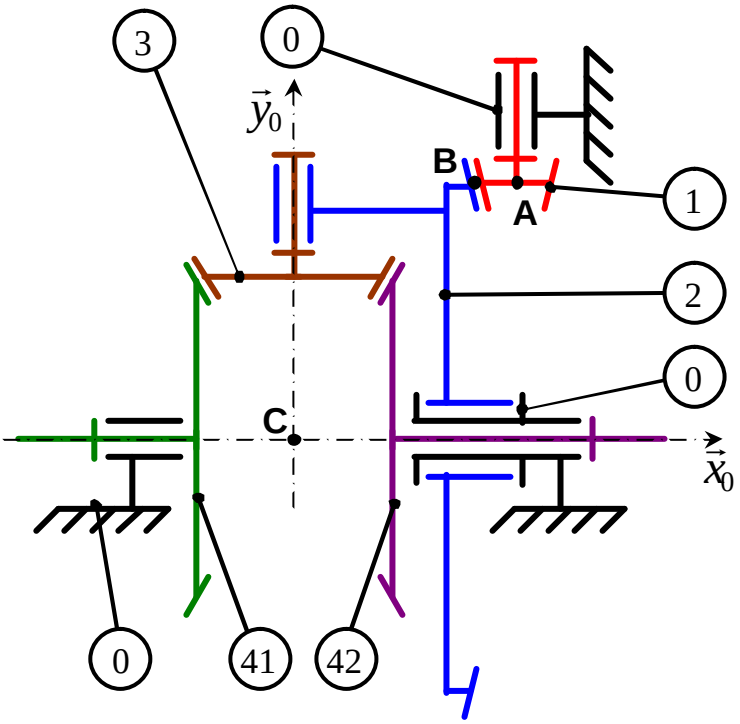
En considérant l'entrée du mécanisme sur 1 et la sortie sur 2, on à : $\frac{w_{2/0}}{w_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_2}$ puisque dans ce cas, la roue 1 (entrée) entraîne la roue 2 (sortie)

Montrons que $\frac{w_{41/2}}{w_{42/2}} = -1$. En déduire une relation entre $w_{41/0}$, $w_{42/0}$ et $w_{1/0}$.

L'ensemble constitué de 2, 3, 0, 41 et 42 est un train épicycloïdal, puisque l'axe de rotation du satellite 3 est mobile.
41 et 42 sont les planétaires, 3 le satellite et 2, le porte satellite (PS).
Vu du porte satellite (PS), un train épicycloïdal est un train simple.
On a donc la relation :

$\left|\frac{w_{sortie/PS}}{w_{entrée/PS}}\right| = \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}}$.

Les valeurs absolues sont dues au fait que l'on a un train d'engrenage où tous les axes de rotation ne sont pas parallèles.
En choisissant, comme entrée, le planétaire 41 et comme sortie, le planétaire 42, on a alors 41 qui mène 3 et 3 qui mène « à son tour » 42.



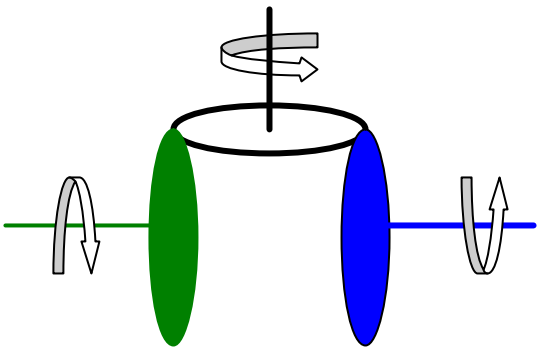
 © EduKlub S.A.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

Soit la relation : $\left|\frac{w_{42/2}}{w_{41/2}}\right| = \frac{Z_{41}Z_3}{Z_3Z_{42}} = \frac{Z_{41}}{Z_{42}} = 1$

Ensuite, de façon évidente, 41 et 42 engrenant tous les deux avec 3 mais sur un diamètre, c'est à dire à l'opposé, elles tournent nécessairement en sens inverse (voir schématisation ci-contre) On a donc le résultat final : $\frac{w_{42/2}}{w_{41/2}} = -1$.



Pour en déduire la relation voulue, il suffit d'écrire la composition des mouvements :

$w_{42/2} = w_{42/0} + w_{0/2} = w_{42/0} - w_{2/0}$

$w_{41/2} = w_{41/0} + w_{0/2} = w_{41/0} - w_{2/0}$

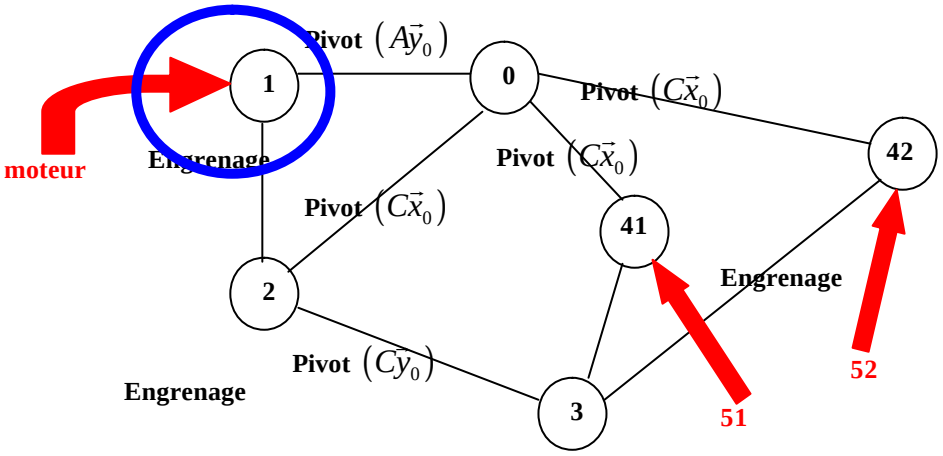
Soit : $\frac{w_{42/2}}{w_{41/2}} = \frac{w_{42/0} - w_{2/0}}{w_{41/0} - w_{2/0}} = -1$, donc encore : $w_{42/0} - w_{2/0} = -w_{41/0} + w_{2/0}$, c'est à dire :

$w_{42/0} + w_{41/0} - 2w_{2/0} = 0$. Reste à utiliser la relation démontrée précédemment : $w_{2/0} = \frac{Z_1}{Z_2} w_{1/0}$.

D'où le résultat final : $w_{42/0} + w_{41/0} - \frac{2Z_1}{Z_2} w_{1/0} = 0$

Question 4 : En isolant le solide (1), écrire l'équation de statique qui permet de relier $C_{m/1}$ et $Z_{1/2}$

Traçons le graphe des liaisons du mécanisme : Rajoutons (**en rouge**) les actions mécaniques extérieures : voir ci-contre :



Isolons 1 :

On voit clairement qu'en entourant 1 sur le graphe des liaisons enrichit des actions mécaniques extérieures au système, 1 est soumis à (on regarde les traits qui coupent l'isolement) :

$$T(moteur \to 1) : \left\{\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & C_{m1} \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{A,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}, \text{ à : } T(0 \to 1) : \left\{\begin{array}{c|c} X_{0/1} & L_{0/1} \\ Y_{0/1} & 0 \\ Z_{0/1} & N_{0/1} \end{array}\right\}_{A,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)} \text{ et à}$$

$$T(2 \to 1) = -T(1 \to 2) = \left\{\begin{array}{c|c} -X_{1/2} & 0 \\ -Y_{1/2} & 0 \\ -Z_{1/2} & 0 \end{array}\right\}_{B,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

Pour trouver une relation entre C_{m1} et $Z_{1/2}$ il faut donc appliquer le théorème du moment statique au solide 1 en A projeté sur $\vec{y}_0$.

On aurait pu penser à appliquer le théorème de la résultante suivant $\vec{z}$ qui fait bien apparaître du $Z_{1/2}$ mais pas du C_{m1}.

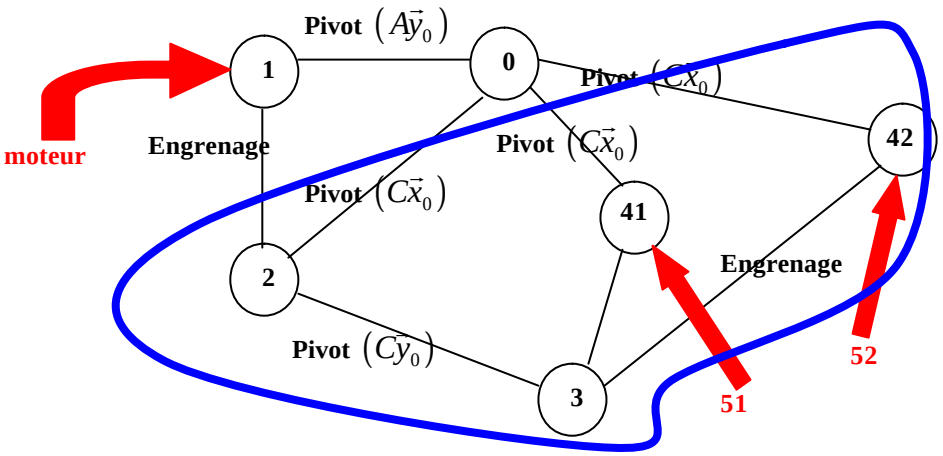
On obtient alors : (on rappel : $\overrightarrow{BA} = R_1\,\vec{x}_0$)

$$\underbrace{\overrightarrow{M_A}(moteur \to 1).\vec{y}_0}_{C_{m1}} + \underbrace{\overrightarrow{M_A}(2 \to 1)}_{= \overrightarrow{M_B}(2\to1) + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}(2\to1)} .\vec{y}_0 + \underbrace{\overrightarrow{M_A}(0 \to 1).\vec{y}_0}_{0} = 0$$

$$\text{Soit : } C_{m1} + \begin{vmatrix} -R_1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -X_{1/2} \\ -Y_{1/2} \\ -Z_{1/2} \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{C_{m1} - R_1 Z_{1/2} = 0}$$

Isolons ensuite l'ensemble de solides (2), (3), (41) et (42) et écrivons l'équation de statique reliant $C_{51/41}$, $C_{52/42}$ et $C_{m/1}$ (en tenant compte des résultats précédents) en fonction des paramètres géométriques du mécanisme.

On voit clairement qu'en entourant l'ensemble $\{2+3+41+42\}$ sur le graphe des liaisons enrichit des actions mécaniques extérieures au système, cet ensemble est soumis à (on regarde les traits qui coupent l'isolement) :



$T(1\to2) = {}_B\left\{\begin{matrix} X_{1/2} \\ Y_{1/2} \\ Z_{1/2} \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$, à : $T(0\to2) = {}_C\left\{\begin{matrix} X_{0/2} \\ Y_{0/2} \\ Z_{0/2} \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 0 \\ M_{0/2} \\ N_{0/2} \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$ (torseur d'action mécanique d'une liaison pivot d'axe $(C,\vec{x}_0)$, à : $T(0\to41) = {}_C\left\{\begin{matrix} X_{0/41} \\ Y_{0/41} \\ Z_{0/41} \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 0 \\ M_{0/41} \\ N_{0/41} \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$ (torseur d'action mécanique d'une liaison pivot d'axe $(C,\vec{x}_0)$, à :

$T(0\to42) = {}_C\left\{\begin{matrix} X_{0/42} \\ Y_{0/42} \\ Z_{0/42} \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 0 \\ M_{0/42} \\ N_{0/42} \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$ (torseur d'action mécanique d'une liaison pivot d'axe $(C,\vec{x}_0)$), à :

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

$$T(52\to 42)=\left\{\begin{array}{c|c}0 & C_{52/42}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{array}\right\}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}_{C}$$ (donnée en annexe)

et à : $T(51\to 41)=\left\{\begin{array}{c|c}0 & C_{51/41}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{array}\right\}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}_{C}$ (donné en annexe).

Pour trouver une relation entre $C_{51/41}$, $C_{52/42}$ et (C_{m1}, c'est à dire $Z_{1/2}$ d'après la relation trouvée précédemment), il faut donc appliquer le théorème du moment statique à l'ensemble $\{2+3+41+42\}$ au point C en projection sur $\vec{x}_0$ (puisque les couples à faire apparaître dans la relation demandée sont sur $\vec{x}_0$) :

$$\underbrace{\overrightarrow{M_C}(0\to 2).\vec{x}_0}_{0}+\underbrace{\overrightarrow{M_C}(0\to 41).\vec{x}_0}_{0}+\underbrace{\overrightarrow{M_C}(0\to 42).\vec{x}_0}_{0}+\underbrace{\overrightarrow{M_C}(51\to 41).\vec{x}_0}_{C_{51/41}}+\underbrace{\overrightarrow{M_C}(52\to 42).\vec{x}_0}_{C_{52/42}}+\underbrace{\overrightarrow{M_C}(1\to 2).\vec{x}_0}_{=\cancel{\overrightarrow{M_B}(1\to 2)}+\overrightarrow{CB}\wedge\vec{R}(1\to 2).\vec{x}_0}=0$$

Soit : $C_{51/41}+C_{52/42}+\overrightarrow{CB}\wedge\vec{R}(1\to 2).\vec{x}_0=0$. On rappel la donnée de l'énoncé en annexe :

$\overrightarrow{CB}=L_3\vec{x}_0+R_2\vec{y}_0$

Calculons $\overrightarrow{CB}\wedge\vec{R}(1\to 2).\vec{x}_0=\vec{x}_0\wedge\overrightarrow{CB}\vec{R}(1\to 2)=\begin{vmatrix}1\\0\\0\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}L_3\\R_2\\0\end{vmatrix}.\begin{vmatrix}X_{1/2}\\Y_{1/2}\\Z_{1/2}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0\\0\\R_2\end{vmatrix}.\begin{vmatrix}X_{1/2}\\Y_{1/2}\\Z_{1/2}\end{vmatrix}=R_2Z_{1/2}$

Soit l'équation : $C_{51/41}+C_{52/42}+R_2Z_{1/2}=0$. Mais comme on a préalablement montré que : $C_{m1}-R_1Z_{1/2}=0$, on en déduit la relation demandée :

$$\boxed{C_{51/41}+C_{52/42}+\frac{R_2}{R_1}C_{m1}=0}$$

Question 5 : **En appliquant le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble du mécanisme étudié et en admettant que la puissance des actions mécaniques intérieures est nulle, écrire une relation entre $w_{41/0}$, $w_{42/0}$, $w_{1/0}$, $C_{51/41}$, $C_{52/42}$ et $C_{m/1}$. En tenant compte des équations précédentes, en déduire une relation entre $C_{51/41}$ et $C_{52/42}$.**

On rappel le théorème de l'énergie puissance appliqué à un ensemble de solides (E) :

$$\boxed{\frac{dT(E/0)}{dt}=P(\bar{E}\to E/0)+\sum_{i\neq j}P(S_i\leftrightarrow S_j)}$$

E est constitué des solides 1, 2, 3, 41 et 42.

En admettant, comme énoncé dans la question, que la puissance des actions mécaniques intérieures est nulle, le théorème de l'énergie puissance s'écrit donc ici :

$$\frac{dT(1/0)}{dt}+\frac{dT(2/0)}{dt}+\frac{dT(3/0)}{dt}+\frac{dT(41/0)}{dt}+\frac{dT(42/0)}{dt}=P(\bar{E}\to 1/0)+P(\bar{E}\to 2/0)+P(\bar{E}\to 3/0)+P(\bar{E}\to 41/0)+P(\bar{E}\to 42/0)$$

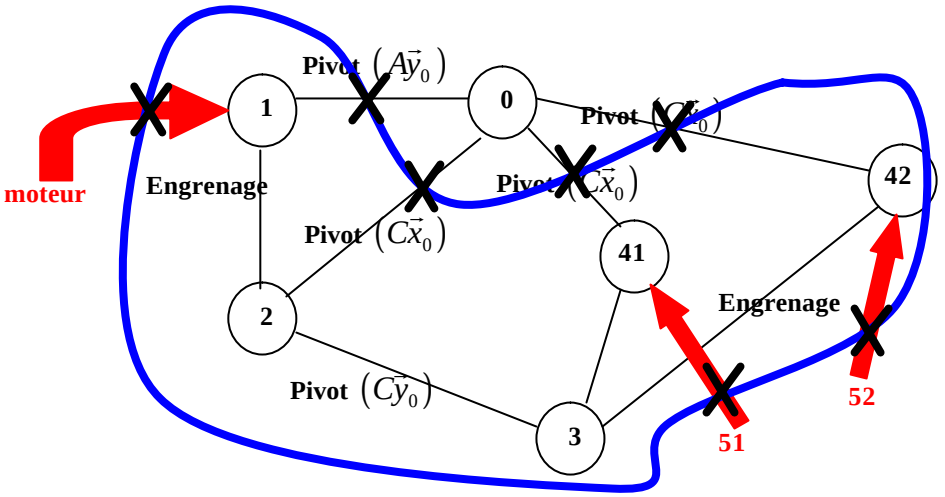
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

En entourant l'ensemble $\{1+2+3+41+42\}$ sur le graphe des liaisons enrichi des actions mécaniques extérieures, on visualise mieux les actions mécaniques $(\overline{E} \to i)$

Ainsi, on voit que l'on a 6 puissances à calculer car 6 actions mécaniques extérieures au système $\{1+2+3+41+42\}$.

$P(0 \to 1/0) = 0$ car on a une liaison pivot parfaite entre 0 et 1, donc la puissance dissipée dans cette liaison est nulle puisqu'elle est parfaite.



De même, et pour la même raison de liaison parfaite, on peut écrire : $P(0 \to 2/0) = 0$, $P(0 \to 41/0) = 0$ et $P(0 \to 42/0) = 0$

Il reste donc comme puissances à calculer :

- $P(moteur \to 1/0) = \{T(moteur \to 1)\} \otimes \{V(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & C_{m1} \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{A,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)} \otimes \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ w_{1/0} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{A,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$

  soit : $P(moteur \to 1/0) = C_{m1} w_{1/0}$

- $P(51 \to 41/0) = \{T(51 \to 41)\} \otimes \{V(41/0)\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & C_{51/41} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{C,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)} \otimes \left\{ \begin{array}{c|c} w_{41/0} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{C,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$

  soit : $P(51 \to 41/0) = C_{51/41} w_{41/0}$

- $P(52 \to 42/0) = \{T(52 \to 42)\} \otimes \{V(42/0)\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & C_{52/42} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{C,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)} \otimes \left\{ \begin{array}{c|c} w_{42/0} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{C,(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}$

  soit : $P(52 \to 42/0) = C_{52/42} w_{42/0}$

On a donc le terme de droite du théorème de l'énergie puissance :

$P(\overline{E} \to E/0) = C_{m1} w_{1/0} + C_{51 \to 41} w_{41/0} + C_{52 \to 42} w_{42/0}$

Calculons le terme de gauche, c'est à dire la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique. Pour cela commençons par calculer l'énergie cinétique du système E :

Par exemple, $T(1/0) = \frac{1}{2}\{V(1/0)\} \otimes \{C(1/0)\}$ « produit des torseurs cinématique et cinétique ».

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

En cherchant les données d'inertie nécessaire au calcul du moment cinétique, que l'on ne trouve pas, on se rappel l'hypothèse de travail sur l'étude de ce différentiel :

Les poids des pièces seront négligés.

Donc tous les torseurs cinétiques sont « nuls ». L'énergie cinétique de cette ensemble est donc considérée nulle, donc sa dérivée par rapport au temps aussi.

On a donc la première relation demandée dans la question :

$$C_{m1}w_{1/0} + C_{51/41}w_{41/0} + C_{52/42}w_{42/0} = 0$$

Or on a déjà démontré aux questions précédentes : $C_{51/41} + C_{52/42} + \frac{R_2}{R_1}C_{m1} = 0$ soit

$C_{m1} = -\frac{R_1}{R_2}(C_{51/41} + C_{52/42})$ et $w_{42/0} + w_{41/0} - \frac{2Z_1}{Z_2}w_{1/0} = 0$, soit $w_{1/0} = \frac{Z_2}{2Z_1}(w_{42/0} + w_{41/0})$

En introduisant les deux relations encadrées dans la relation issue du théorème énergie puissance, on obtient :

$$-\frac{R_1}{R_2}(C_{51/41} + C_{52/42})\frac{Z_2}{2Z_1}(w_{42/0} + w_{41/0}) + C_{51/41}w_{41/0} + C_{52/42}w_{42/0} = 0$$

Comme $D_i = mZ_i$ pour les roues 1 et 2, on a $\frac{R_1}{R_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$; On peut simplifier la relation :

$$-\frac{1}{2}(C_{51/41} + C_{52/42})(w_{42/0} + w_{41/0}) + C_{51/41}w_{41/0} + C_{52/42}w_{42/0} = 0$$ qui devient donc :

$$-\frac{1}{2}C_{51/41}w_{42/0} - \frac{1}{2}C_{52/42}w_{41/0} + \frac{1}{2}C_{51/41}w_{41/0} + \frac{1}{2}C_{52/42}w_{42/0} = 0$$. Soit :

$$(C_{51/41} - C_{52/42})(w_{41/0} - w_{42/0}) = 0$$

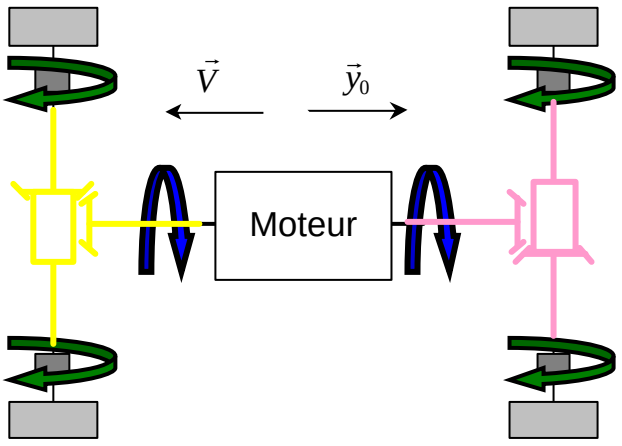
Cette relation étant vraie quelle que soient les vitesses de rotations $w_{41/0}$ et $w_{42/0}$, on a donc la relation demandée entre les couples :

$$C_{51/41} = C_{52/42}$$

Question 6 : **Dessiner sur le schéma du document-réponse les réducteurs coniques qui permettent d'obtenir un sens de rotation identique pour toutes les roues du bogie sachant que $\vec{\Omega}_{1/0} = w_{1/0}\vec{y}_0$ avec $w_{1/0} > 0$, et que le bogie est animé d'un mouvement de translation par rapport au sol de vitesse $\vec{V}_{b/s} = -V\vec{y}_0$ avec $V > 0$.**

On commence **par représenter en bleu** sur le document réponse ci-dessous le sens de rotation du moteur (sachant que l'on nous impose $w_{1/0} > 0$) et **en vert** le sens de rotation des bogies de tel sorte que la rame se translate avec $V > 0$

Le moteur étant entre les deux essieux, donc derrière l'essieu avant et devant l'essieu arrière, « inverse » les réducteurs –



Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

coniques : **en jaune pour le réducteur de l'essieu** avant et **en saumon pour l'essieu arrière** (voir ci-contre)

Question 7 : **Montrons en tenant compte des remarques de l'énoncé ($w_{81/0}+w_{82/0}=l\,w_{1/0}$, $w_{83/0}+w_{84/0}=l\,w_{1/0}$ et $w_{81/0}=a_2 w_{82/0}=a_3 w_{83/0}=a_4 w_{84/0}$) que l'hypothèse de non glissement n'est pas réaliste.**

$w_{1/0}$ étant connu (vitesse de rotation du moteur), on se retrouve avec un système d'équation :

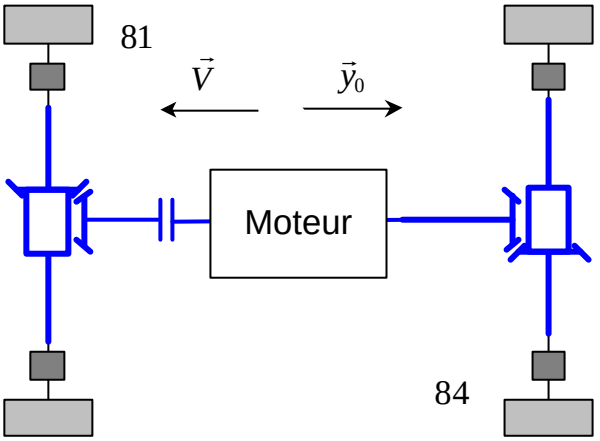
$$\begin{cases} w_{81/0}+w_{82/0}=l\,w_{1/0} \\ w_{83/0}+w_{84/0}=l\,w_{1/0} \\ w_{81/0}=a_2 w_{82/0} \\ w_{81/0}=a_3 w_{83/0} \\ w_{81/0}=a_4 w_{84/0} \end{cases}$$

à 5 équations et 4 inconnues (vitesse de rotation des roues 81, 82, 83 et 84 : $w_{81/0}$, $w_{82/0}$, $w_{83/0}$ et $w_{84/0}$).

Une des équations consécutives du non glissement ne peut donc pas être respectée. L'hypothèse de non glissement sur toutes les roues n'est donc pas réaliste.

Dessinons sur le schéma du document-réponse une solution palliant ce problème

Les différentiels associés aux réducteurs coniques permettent aux deux roues d'un même essieu de tourner à des vitesses de rotation différente tout en assurant la transmission du couple moteur aux roues. Cependant la vitesse d'entrée des réducteurs coniques étant identique pour les deux essieux, sans modifications, les roues 81 et 84 sont entraînées à la même vitesse. Pour remédier à ceci on peut rajouter un accouplement (de type limiteur de couple : sorte d'embrayage) dans la transmission vers l'essieu avant ou arrière.



Question 8 : **Pour quelle(s) raison(s) la solution initiale étudiée aux questions 3 à 6 a-t-elle été néanmoins retenue par le concepteur du bogie ? Pour répondre, on analysera les différentes causes qui peuvent produire une différence de vitesses de rotation entre les quatre roues d'un bogie. De même, on considérera les effets d'une perte complète d'adhérence d'une des roues sur le sol lors d'une crevaison.**

Les différentiels ont pour fonction de transmettre le couple moteur aux roues sachant qu'elles ne tournent pas toute à la même vitesse.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

La différence des vitesses de rotation des roues, due principalement aux virages est importante entre les roues gauches et droite mais, peu importante entre les roues avant et arrière, les rayons des courbes étant généralement grands, on peut écrire $\begin{cases} w_{81/0} \approx w_{83/0} \\ w_{82/0} \approx w_{84/0} \end{cases}$

Il y donc très peu de glissement, la solution proposée initialement peut être conservée.

En cas de perte d'adhérence sur une des roues due à une crevaison, le couple transmis par la roue crevée est nul. On déduit des relations montrées en Q4 et Q5 que le couple moteur $C_{m1}a$ est nul. **Le bogie est donc libre (ni moteur,ni résistant).**

1.1.2 Etude des réducteurs de roues

Question 9 : **Montrons par un raisonnement simple et en tenant compte des notations données en annexe, la relation $\frac{w_{6a/8}}{w_{6b/8}} = -1$. En déduire une relation entre $w_{8/0}$ et $w_{6a/0}$.**

Comme suggérer dans la question de l'énoncé complet, il suffit de mener le même raisonnement qu'à la question 3 pour trouver :

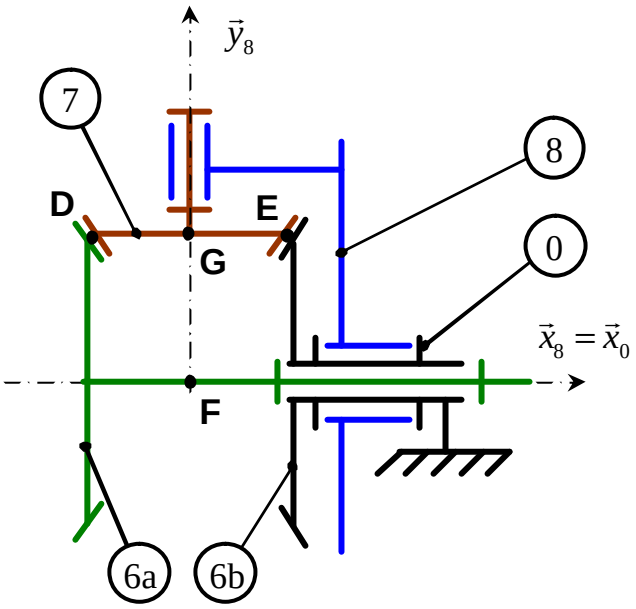
$\frac{w_{6a/8}}{w_{6b/8}} = -1$

En écrivant la composition des mouvements, on a :

$\frac{w_{6a/0} - w_{8/0}}{w_{6b/0} - w_{8/0}} = -1$, soit :

$w_{6a/0} - w_{8/0} = -w_{6b/0} + w_{8/0}$, ou bien encore le résultat demandé sachant que 6b étant le bâti, on a : $w_{6b/0} = 0$:

$\boxed{w_{6a/0} = 2w_{8/0}}$



Question 10 : **Calculer la vitesse $\vec{V}(G \in 7/sol)$ du point G appartenant au solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, l'accélération $\vec{\Gamma}(G \in 7/sol)$ du point G appartenant au solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, et la résultante dynamique $\vec{R}_d\, 7/sol$ du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, en fonction de $w_{8/0}$ et des données géométriques du mécanisme.**

Calcul de la vitesse :

Un peu de composition des mouvements :

 © EduKlub S.A.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

$$\vec{V}(G\in 7/sol)=\underbrace{\vec{V}(G\in 7/8)}_{\vec{0}\text{ car sur l'axe de rotation de la pivot entre 7 et 8}}+\underbrace{\vec{V}(G\in 8/0)}_{=\ \vec{V}(F\in 8/0)\ \text{car sur l'axe de rotation de la pivot entre 7 et 8}}+\overrightarrow{GF}\wedge\vec{\Omega}_{8/0}+\vec{V}(G\in 0/sol)$$

Or le torseur cinématique de 0/sol étant donné dans l'énoncé avec une erreur d'énoncé puisque jusqu'ici on a raisonné avec des vitesses de véhicule suivant $\vec{y}_0$, on rectifie donc le torseur :

$$\{V_{0/sol}\}:\ \left\{\begin{array}{c|c}0 & 0\\ 0 & -V\\ 0 & 0\end{array}\right\}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)}^{C}$$, on en déduit puisque la résultante de ce torseur cinématique est nulle, que le véhicule 0 est en translation, donc toutes les vitesses sont identiques. D'où :

$\vec{V}(G\in 0/sol)=-V\ \vec{z}_0$

D'où : $\vec{V}(G\in 7/sol)=\overrightarrow{GF}\wedge\vec{\Omega}_{8/0}-V\vec{z}_0=-R_6\vec{y}_8\wedge w_{8/0}\vec{x}_0=-R_6\vec{y}_8\wedge w_{8/0}\vec{x}_8$

Soit la vitesse demandée : $\boxed{\vec{V}(G\in 7/sol)=R_6 w_{8/0}\vec{z}_8-V\vec{y}_0}$

Calcul de l'accélération :

$$\vec{\Gamma}(G\in 7/sol)=\left[\frac{d\vec{V}(G\in 7/sol)}{dt}\right]_0=R_6 w_{8/0}\left[\frac{d\vec{z}_8}{dt}\right]_0$$

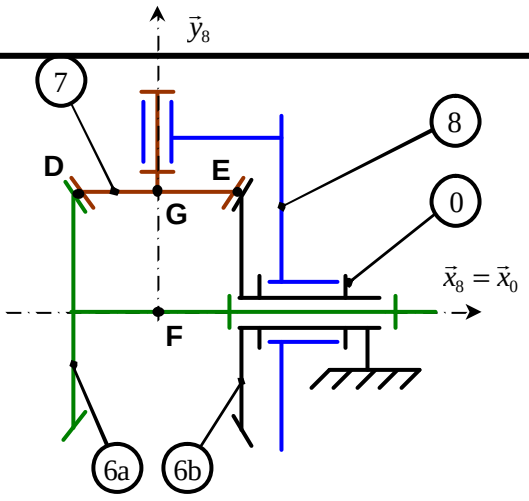
$$\left[\frac{d\vec{z}_8}{dt}\right]_0=\cancel{\left[\frac{d\vec{z}_8}{dt}\right]_8}+\vec{\Omega}_{8/0}\wedge\vec{z}_8=w_{8/0}\vec{x}_8\wedge\vec{z}_8=-w_{8/0}\vec{y}_8$$

Soit $\boxed{\vec{\Gamma}(G\in 7/sol)=-R_6 w_{8/0}^2\vec{y}_8}$

Calcul de la résultante dynamique :

$$\boxed{\vec{R}_d\,7/sol=m_7\vec{\Gamma}(G\in 7/sol)=-m_7 R_6 w_{8/0}^2\vec{y}_8}$$

Question 11 : Exprimons $\frac{w_{7/8}}{w_{6b/8}}$ en fonction des nombres de dents des pignons et en tenant compte des notations données en annexe



On repart de la relation de la question Q9 :

$\frac{w_{6a/8}}{w_{6b/8}}=-1$, et on fait de la composition des mouvements, mais cette fois-ci en introduisant le satellite 7 : $\frac{w_{6a/7}+w_{7/8}}{w_{6b/8}}=-1$.

Or 6a et 7 engrenant ensemble, on peut écrire :

$\frac{w_{6a/0}}{w_{7/8}}=\frac{Z_7}{Z_{6a}}$, avec encore un peu de composition des

 © EduKlub S.A.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.

mouvements (on introduit 7 au numérateur) : $\frac{w_{6a/7}+w_{7/0}}{w_{7/8}}=\frac{Z_7}{Z_{6a}}=\frac{w_{6a/7}}{w_{7/8}}+1$; d'où

$w_{6a/7}=\frac{Z_7-Z_{6a}}{Z_{6a}}w_{7/8}$

D'où : $\frac{w_{7/8}}{w_{6b/8}}=-1-\frac{w_{6a/7}}{w_{6b/8}}=-1-\frac{\frac{Z_7-Z_{6a}}{Z_{6a}}w_{7/8}}{w_{6b/8}}=-\frac{w_{6b/8}+\frac{Z_7-Z_{6a}}{Z_{6a}}w_{7/8}}{w_{6b/8}}$.

On en tire : $w_{7/8}=-w_{6b/8}-\frac{Z_7-Z_{6a}}{Z_{6a}}w_{7/8}$, soit $w_{7/8}\frac{Z_7}{Z_{6a}}=-w_{6b/8}$. On a donc le rapport demandé :

$\boxed{\frac{w_{7/8}}{w_{6b/8}}=\frac{-Z_{6a}}{Z_7}}$. Mais puisque $Z_{6a}=2Z_7$, on obtient : $\boxed{\frac{w_{7/8}}{w_{6b/8}}=-2}$

En déduire $\vec{\Omega}_{7/8}$ puis $\vec{\Omega}_{7/sol}$ en fonction de $w_{8/0}$.

Comme 6b = 0, on a de façon évidente, d'après la relation trouvée ci-dessus : $w_{7/8}=-2w_{0/8}=2w_{8/0}$, d'où : $\boxed{\vec{\Omega}_{7/8}=2w_{8/0}\,\vec{y}_8}$

Etant donné que la rame est considérée en translation par rapport au sol : $\vec{\Omega}_{0/sol}=\vec{0}$, on peut aisément écrire avec la composition des vecteurs vitesse de rotation :

$\vec{\Omega}_{7/sol}=\vec{\Omega}_{7/8}+\vec{\Omega}_{8/0}+\cancel{\vec{\Omega}_{0/sol}}=2w_{8/0}\vec{y}_8+w_{8/0}\vec{x}_8$. **Soit encore :** $\boxed{\vec{\Omega}_{7/sol}=w_{8/0}\left(2\vec{y}_8+\vec{x}_8\right)}$

Simplifions la matrice d'inertie $I(G;7)$ du solide (7) en tenant compte des propriétés du solide (7) et l'exprimons la dans la base B_8.

Rappelons les caractéristiques du solide (7) : le solide (7) est symétrique de révolution d'axe (G ; $\vec{y}_8$) et de masse m_7. Le point G est son centre d'inertie. On note $I(G\ ;\ 7)$ la matrice d'inertie du solide (7) calculée en G. $I(G\ ;\ 7)=\begin{bmatrix}A & -F & -E\\ -F & B & -D\\ -E & -D & C\end{bmatrix}_{B_7}$

Puisque cette matrice d'inertie n'a pas de propriétés particulières, elle a la même forme dans la base B_8, on peut donc écrire : $I(G;7)=\begin{bmatrix}A & -F & -E\\ -F & B & -D\\ -E & -D & C\end{bmatrix}_{B_8}$. La symétrie de révolution autour de $\left(G,\vec{y}_8\right)$ simplifie considérablement sa forme, puisqu'elle est alors diagonale avec en plus A=C. On peut donc la mettre sous la forme :

$$I(G;7)=\begin{bmatrix}A & 0 & 0\\ 0 & B & 0\\ 0 & 0 & A\end{bmatrix}_{B_8}$$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 35 pages.