CORRECTION

CONCOURS COMMUNS Centrale

MP 2005 **Durée 4 heures**

LA FUSÉE ARIANE 5

Partie 1. Étude des dispositifs d'orientation des axes des tuyères centrale TC, droite TD et gauche TG

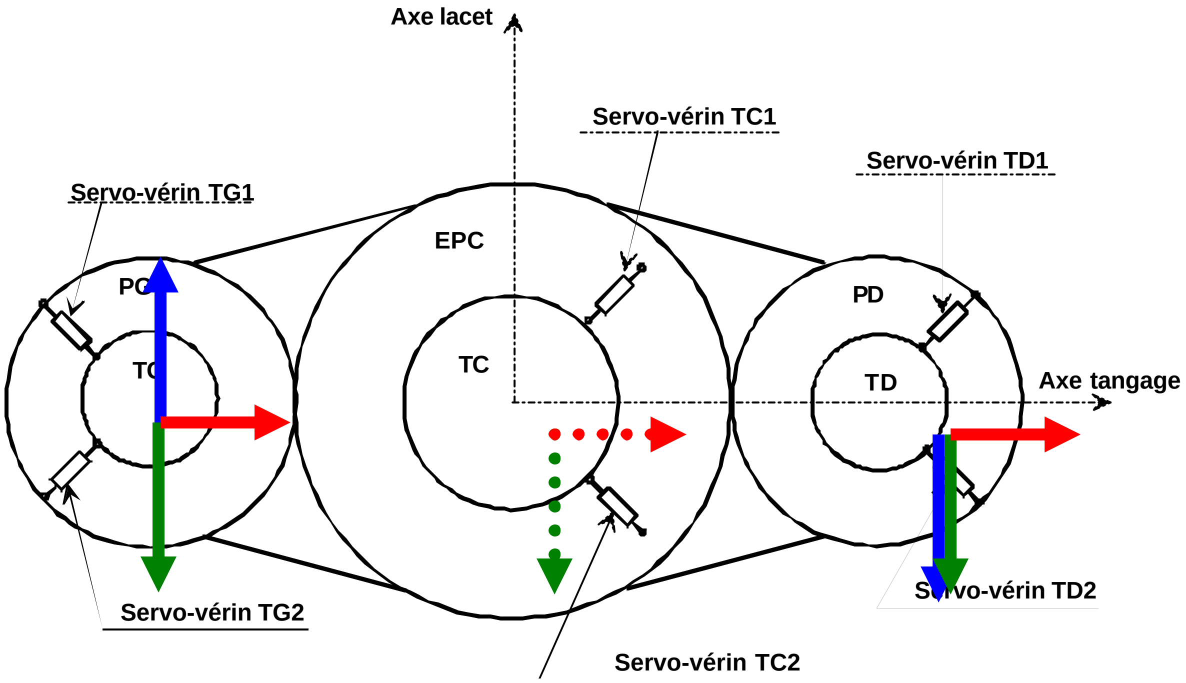
Question 1.1. : Complétons le tableau de pilotage des vérins

Le $\vec{x}$ étant en normale sortante, et correspondant au sens d'éjection de la matière des tuyère (voir figure 1.4 de l'énoncé), la figure 1.5 est en fait une vue de dessous de la fusée Ariane 5.

Pour le braquage en roulis (rotation autour de $\vec{x}$: normale sortante)
Il faut créer un couple autour de l'axe de rotation $\vec{x}$. Etant donné que l'on impose la sortie de TD1. Pour créer les efforts schématisés en bleu sur la figure ci-dessous, il faut rentrer TD2 et inversement sur la tuyère gauche TG. Soit TG1 rentré et TG2 sortie

	servo-vérin TC1	servo-vérin TC2	servo-vérin TD1	servo-vérin TD2	servo-vérin TG1	servo-vérin TG2
Braquage en roulis	**0**	**0**	+	-	-	+
Braquage en tangage	**+ ou 0**	**- ou 0**	+	-	+	-
Braquage en lacet	**- ou 0**	**- ou 0**	-	-	+	+

Figure 1.5. : Représentation synoptique des servo-vérins et des tuyères



Rappel des notations employées :

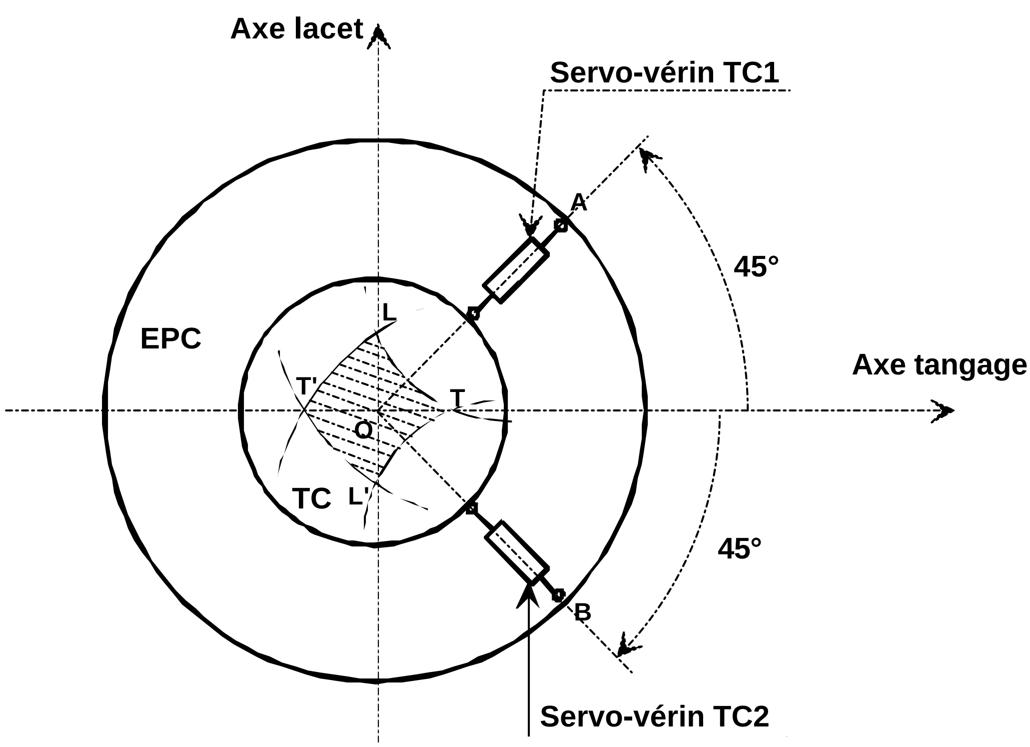
- **+** la tige du servo-vérin sort
- **-** la tige du servo-vérin rentre
- **0** la tige du servo-vérin reste immobile.

Pour le braquage en tangage (rotation autour d'axe de tangage)
Il faut créer un couple autour de cet axe. Etant donné que l'on impose la rentrée de TG2, pour créer les efforts schématisés en vert sur la figure ci-dessus, il faut diriger toutes les poussées dans le même sens (vert le bas), soit la rentrée des vérins 2 et la sortie des vérins 1. Le contraire aurait provoqué un couple opposé autour de l'axe de tangage (mais en nous imposant la rentrée de TG2, l'énoncé ne laisse aucun choix !!!).
Il est aussi possible de ne rien corriger avec la tuyère centrale, d'où les 0 sur TC1 et TC2

Pour le braquage en lacet (rotation autour d'axe de lacet)
Il faut créer un couple autour de cet axe. Etant donné que l'on impose la rentrée de TD1, pour créer les efforts schématisés en rouge sur la figure ci-dessus, il faut diriger toutes les poussées dans le même sens (vert la droite) , soit la rentrée des vérins de la tuyère droite (et, mais pas forcément de la tuyère centrale) et la sortie des vérins de la tuyère gauche. Le contraire aurait provoqué un couple opposé autour de l'axe de lacet (mais en nous imposant la rentrée de TD1, l'énoncé ne laisse aucun choix !!!).

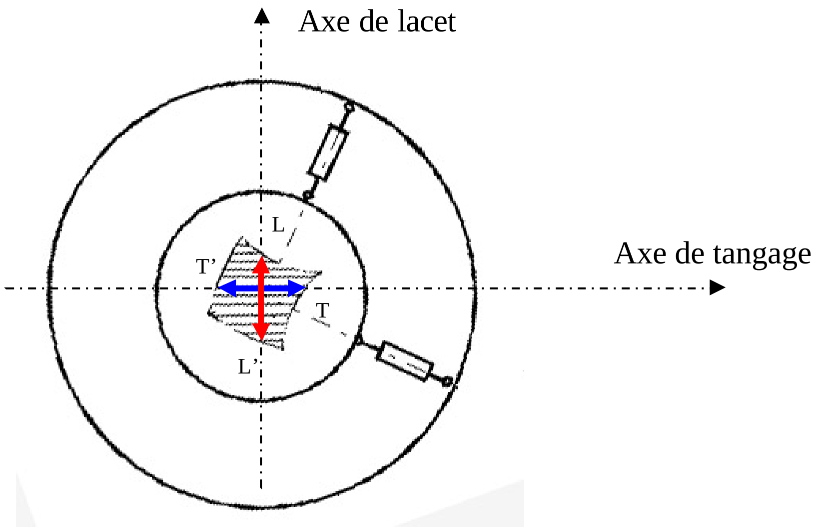
Question 1.2. Justifions que le fait de placer les servo-vérins **TC1** et **TC2** dans des plans bissecteurs permet d'obtenir une plus grande amplitude de tangage seul et de lacet seul.

Figure 1.6. : tuyère centrale TC et servo-vérins représentés à mi-course



Les amplitudes de tangage et de lacet sont représentés par l'intersection de la surface hachurée avec les axes de tangage et de lacet, soit respectivement sur la figure LL' et TT'

(l'amplitude de tangage étant la rotation autour de l'axe de tangage est visualisée par l'amplitude « autour » de cet axe, soit LL' !!!)
Si on « décale » l'implantation des deux servo-vérin TC1 et TC2., on obtient un positionnement de la figure hachurée par rapport au axes comme ci-dessous :



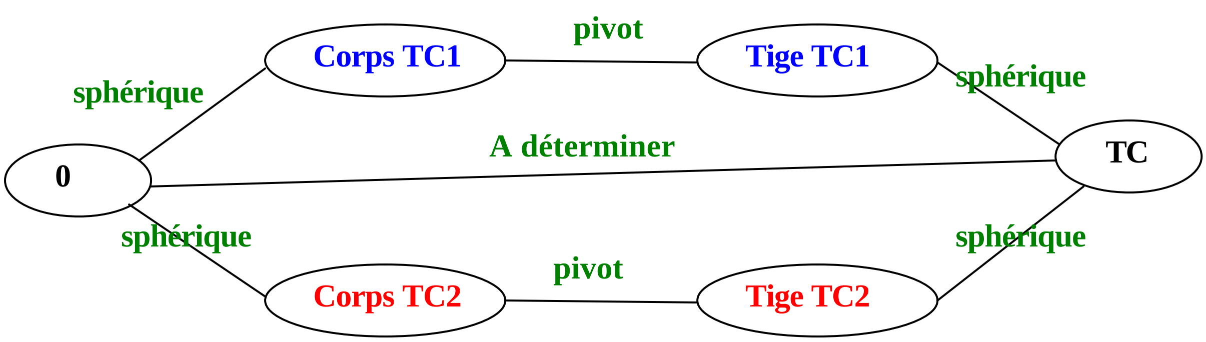
Les nouvelles quantités TT' et LL' seront donc nécessairement inférieures à celle obtenues avec la figure 1.6 donnée correspondant à une implantation des servo-vérins TC1 et TC2 dans des plans bissecteurs

1.3. a : Quelle doit être la mobilité utile maximale de l'ensemble tuyère centrale **TC** - tiges de servo-vérins - corps de servo-vérins - bâti **0**, pour vérifier que la tuyère centrale **TC** soit bloquée pour une élongation des servo-vérins imposée (servo-vérins bloqués).

Les hypothèses énoncées sont :

- la position de la tuyère centrale **TC** est commandée par les deux servo-vérins qui ont chacun une seule mobilité utile,
- bloquer un servo-vérin correspond à annuler sa mobilité utile ?

Traçons un graphe des liaisons de ce mécanisme (limité à la **TC**) dans le cas vérifiant le premier critère, soit servo – vérins bloqués (tige et corps des servo – vérins considérés comme en **pivot car seule la mobilité utile est bloquée. Donc la liaison pivot glissante devient une pivot, c'est à dire qu'il reste la mobilité interne**)



On a donc 2 cycles : $g = 2$

On a un nombre d'inconnues cinématiques :

$N_C = 4 \times 3$(4 sphériques) $+ 2 \times 1$ (2 pivots) $+ x = 14 +$

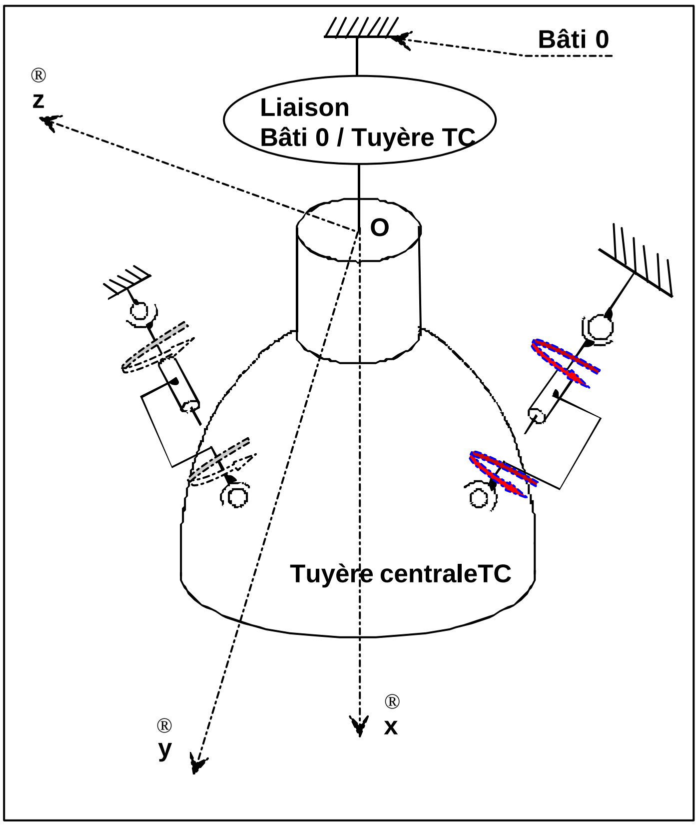
x représentant le nombre de ddl ou la mobilité de la liaison TC – 0 à déterminer.

Or le système présente 4 mobilités internes correspondant aux rotations des corps et tiges sur eux-même (voir ci-contre) :

On a donc la relation d'hyperstatisme qui s'écrit ainsi :

$h=(0+4)+6\times 2-(14+x)=2-x$

Si l'on veut avoir un système isostatique, il faut donc avoir une liaison 0 – TC avec <u>2 mobilités utiles</u>.



1.3 b :	Précisons la méthode à utiliser pour déterminer le rang r_c de 12.(aucun calcul n'est demandé). Déterminons le degré de mobilité et le degré d'hyperstatisme de l'ensemble tuyère centrale **TC** – tiges de servo-vérins – corps de servo-vérins – bâti **0** pour chacune des deux solutions.

<u>Calcul du rang cinématique r_c du système :</u>

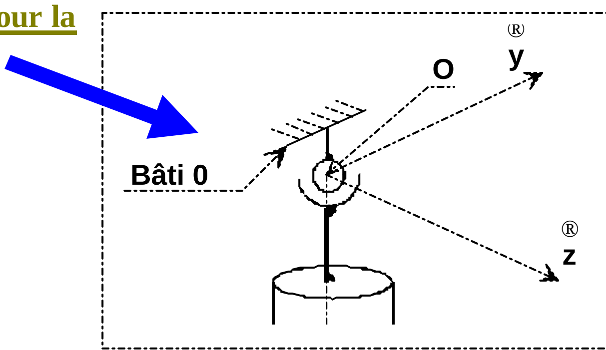
Comme le précise d'ailleurs l'énoncé (!!!) le rang du système d'équations cinématiques est déterminer en écrivant ce système. Ce qui est en fait demandé dans cette question est de savoir comment l'on obtient le système d'équations cinématiques.

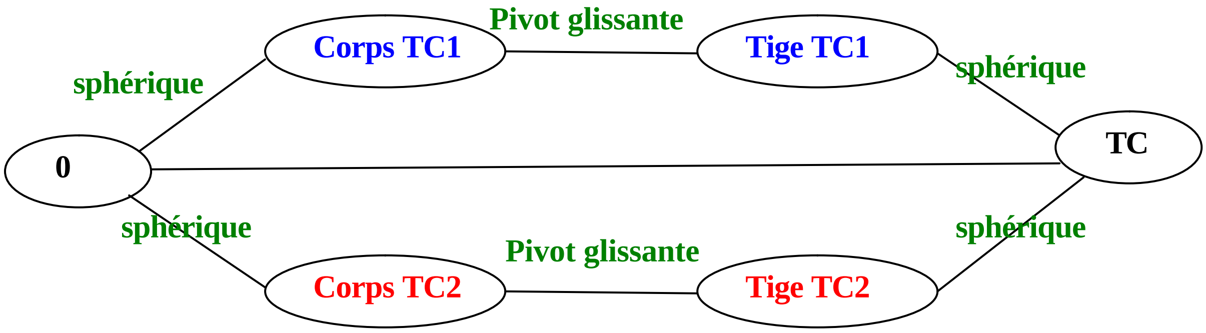
Les équations cinématiques sont obtenues en écrivant autant de fermetures cinématiques (composition des torseurs cinématiques, donc 6 équations scalaires par fermeture), que l'on a de boucles (ou cycles) indépendants dans le graphe des liaisons. Soit ici 2.

Le rang de 12 signifie ici que parmi les 12 équations cinématiques (2 fermetures), 1é sont indépendantes. Elles le sont donc toutes.

<u>Dergé d'hyperstatisme et de mobilité pour la solution avec rotule :(ci-contre)</u>

Le graphe des liaisons s'écrit donc :





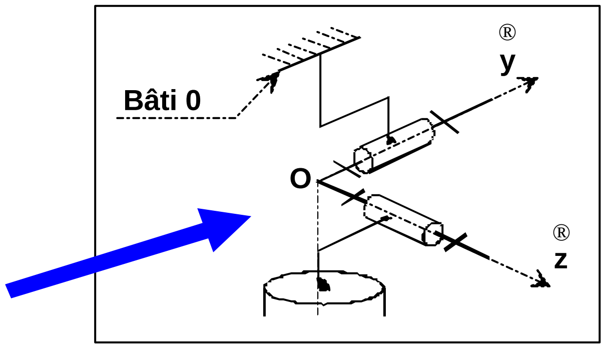
Remarque : Ne pas oublier que le système n'étant pas considéré comme bloqué, les vérins sont « remodélisés » normalement par des pivots glissantes.

$m = N_C - r_C$. Or on a 5 sphériques et 2 pivots glissantes, soit $N_C = 5\times3+2\times2=19$

D'où $m = N_C - r_C = 19-12=7$

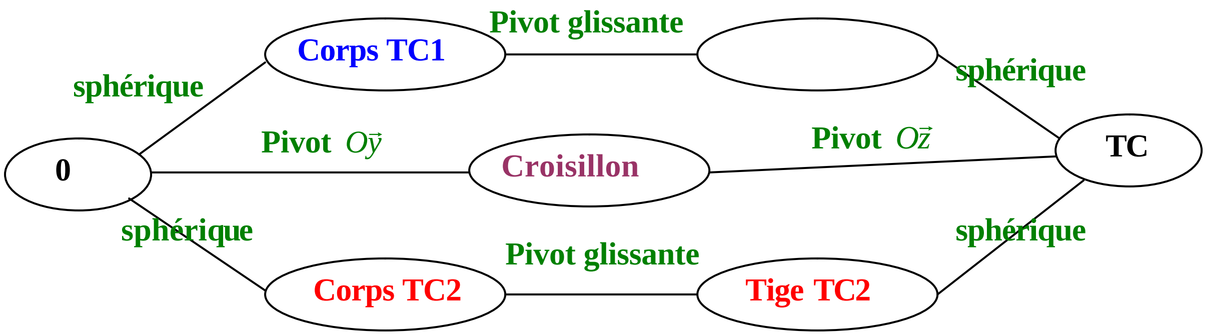
Pour l'hyperstatisme, on écrit :

$h = m + 6g - N_C = 7+12-19=0$. Ce système est isostatique.



Dergé d'hyperstatisme et de mobilité pour la solution avec cardan :(ci-contre)

Le graphe des liaisons s'écrit donc :



$m = N_C - r_C$. Or on a 4 sphériques et 2 pivots glissantes et 2 pivots, soit

$N_C = 4\times3+2\times2+2\times1=18$

D'où $m = N_C - r_C = 18-12=6$

Pour l'hyperstatisme, on écrit : $h = m + 6g - N_C = 6+12-18=0$. Ce système est aussi isostatique.

1.3c. Conclure quant au choix de la solution retenue.

La seule solution respectant les deux points du cahier des charges, soit :

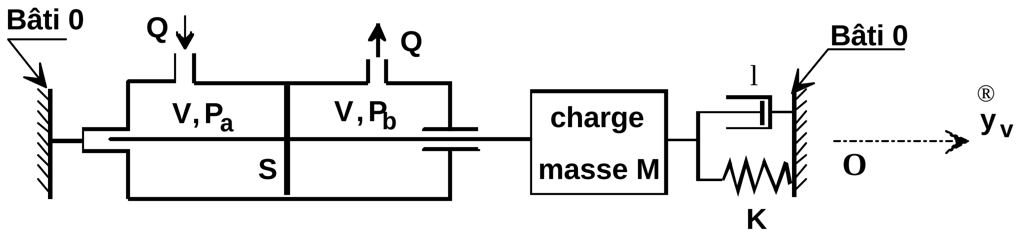
• le premier est que la tuyère centrale **TC** doit être bloquée pour une élongation des servo-vérins imposée (servo-vérins bloqués). **On alors montré qu'il fallait une liaison possedant au maximum deux mobilités.**

• le deuxième est que l'ensemble soit isostatique.

Est **la seconde solution**, c'est à dire avec le montage en cardan. En effet, cette solution est bien isostatique (tout comme l'autre) mais c'est la seule à posséder uniquement deux mobilités (l'autre en possède 3 puisque c'est une liaison sphérique)

Partie 2.
Étude du servo-vérin

Figure 2.1. : modèle d'un servo-vérin



L'étude hydraulique du servo-vérin et notamment l'étude des débits de compressibilités et de déformations nous permet d'écrire : $Q = S\dot{y} + \frac{V}{2B}\dot{P}$ avec $P = P_a - P_b$. L'étude mécanique de la charge nous permet d'écrire : $M\ddot{y} = PS - Ky - l\,\dot{y}$ (**1**).

2.1. Précisons la démarche à utiliser pour obtenir l'équation (**1**) : système isolé, bilan des actions mécaniques en précisant leurs expressions, hypothèses simplificatrices formulées, théorème utilisé …

$M\ddot{y} = PS - Ky - l\,\dot{y}$ est bien évidemment une équation de résultante dynamique appliqué à un isolement de masse M (donc la charge seule ou la charge + la tige de vérin dont on négligerait la masse) en projection sur $\vec{y}_V$. En effet le terme en $\ddot{y}$ est un terme d'accélération de la masse M.

L'isolement est par contre l'ensemble Masse + tige de vérin puisque on retrouve le terme PS du coté des actions mécaniques. Celui-ci correspond à l'action mécanique de fluide sur la tige de vérin.

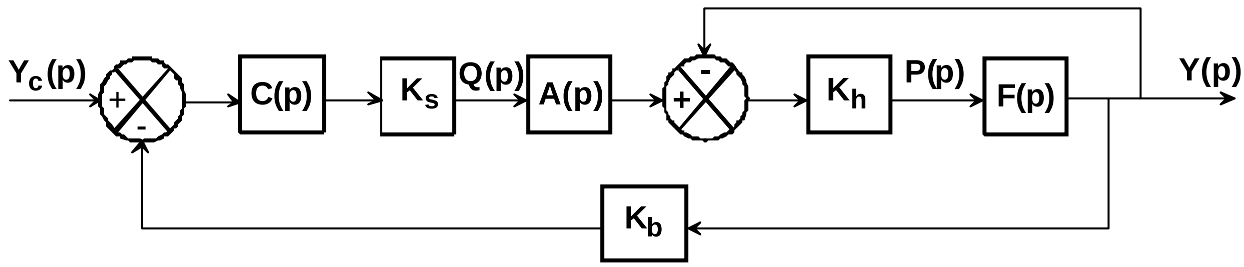
En isolant l'ensemble Masse + Tige de vérin, on a comme actions mécaniques extérieures :

- $\{T(fluide \rightarrow tige)\} = {}_O\begin{Bmatrix} PS\vec{y}_V \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$
- $\{T(pesanteur \rightarrow tige + masse)\} = ?$ donc cette action est considérée comme négligeable devant les autres ou bien la pesanteur est orthogonale à $\vec{y}_V$

- $\{T(ressort \rightarrow masse)\} = {}_O\begin{Bmatrix} -Ky\,\vec{y}_V \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ effort proportionnel à l'allongement
- $\{T(amortisseur\ visqueux \rightarrow masse)\} = {}_O\begin{Bmatrix} -l\,\dot{y}\,\vec{y}_V \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$, effort proportionnel à la vitesse.
- $\{T(corps \rightarrow tige)\}$: pivot glissante dont la projection de la résultante suivant $\vec{y}_V$ est nulle puisque aucun terme de cette action mécanique ne figure dans l'équation (1). Cette liaison est donc considérée comme parfaite.

Le débit Q est commandé par un servo-distributeur (association d'une servo-valve et d'un distributeur), non représenté ici et de fonction de transfert : K_s. La représentation sous forme de schéma-bloc du servo-vérin asservi en position est donnée sur la figure 2.2. ci-dessous avec $K_b = 1$:

Figure 2.2. : schéma-bloc d'un servo-vérin



2.2. Déterminons les fonctions de transfert $A(p)$, $F(p)$ et le gain K_h.

Transformons par Laplace l'équation : $Q = S\,\dot{y} + \dfrac{V}{2B}\dot{P}$. Avec des conditions initiales nulles, on obtient : $Q = SpY + \dfrac{V}{2B}pP$

Or d'après le schéma bloc ci-dessus, on a : $P = K_h\left[A(p)Q - Y\right]$, ce qui peut se réécrire en « sortant » Q : $Q = \dfrac{1}{A(p)}\left[\dfrac{P}{K_h} + Y\right]$.

En identifiant les deux expressions, on obtient : $\begin{cases} \dfrac{1}{A(p)} = Sp \\ \dfrac{1}{K_h A(p)} = \dfrac{Vp}{2B} \end{cases}$

On a donc $\boxed{\begin{cases} A(p) = \dfrac{1}{Sp} \\ K_h = \dfrac{2BS}{V} \end{cases}}$

Pour obtenir l'expression de F(p), il suffit de transformer par Laplace avec des conditions initiales nulles l'équation issues de la résultante dynamique : $M\ddot{y} = PS - Ky - l\,\dot{y}$. On obtient :

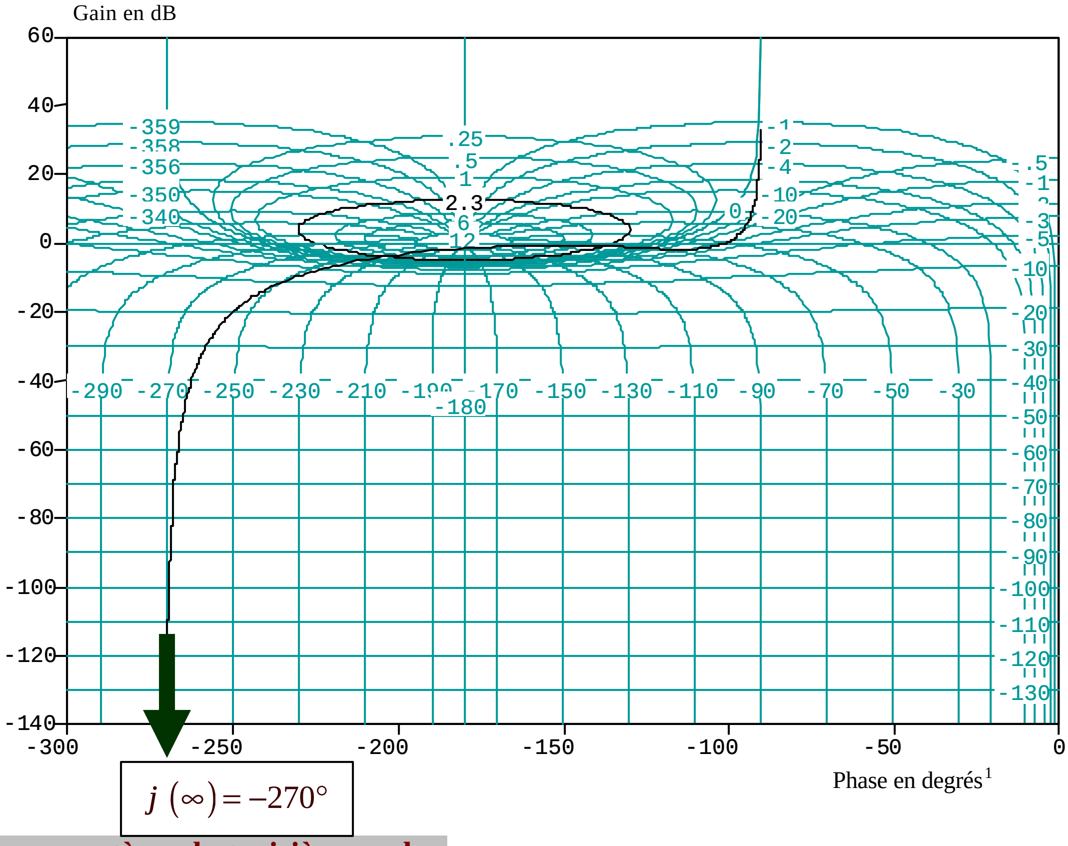
$Mp^2Y = PS - KYy - l\,pY$, soit en factorisant par Y : $\left[Mp^2 + l\,p + K\right]Y = PS$, d'où de façon évidente :

$$\boxed{\frac{Y}{P} = \frac{S}{Mp^2 + l\,p + K} = F(p)}$$

2.3. À partir des diagrammes donnés en annexe, et sachant que le numérateur de la fonction de transfert en boucle fermée est un gain pur, identifions l'ordre du système en boucle fermée, son gain statique et sa fréquence de résonance.

Pour déterminer l'ordre de ce système, il suffit de regarder la phase à l'infini. En effet celle-ci vaut $j(\infty) = -n\frac{p}{2}$ avec n, l'ordre du système. Prenons par exemple le diagramme de Black :

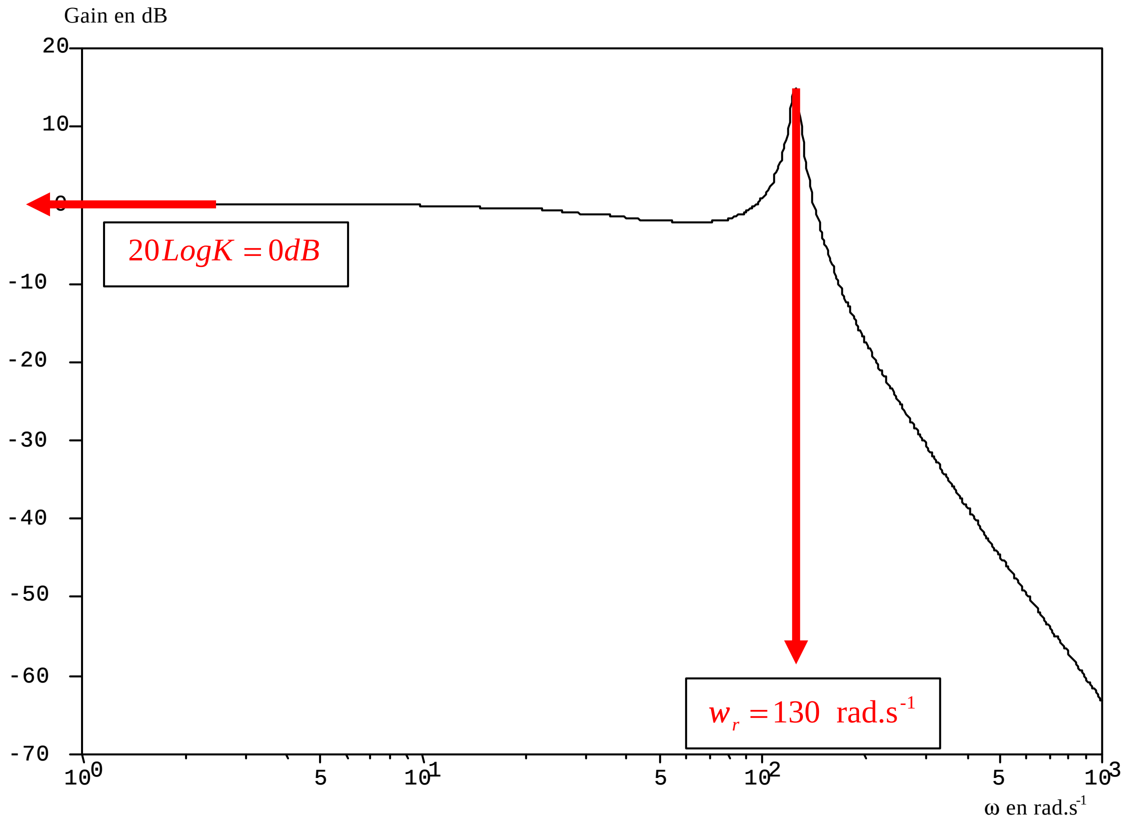
Diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte si C(p) = 1



On a donc un système du troisième ordre.

Pour identifier le gain statique ainsi que la fréquence de résonance, le plus facile est de prendre le diagramme de Bode en gain :

Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert en boucle fermée si C(p) = 1



On obtient donc une pulsation de résonance de $\omega_r = 130$ rad.s^{-1} (il suffit de lire la pulsation du « pic » de résonance) et un gain statique K tel que $20 Log K = 0 dB$ (il suffit de relever la valeur du gain pour des pulsations tendant vers 0 rad.s^{-1}). Soit un gain statique $K = 1$ et une fréquence de résonance de $f_r = \dfrac{\omega_r}{2\pi}$. Soit $f_r = 20$ Hz

2.4. Vérifions les critères ci-dessous pour $C(p) = 1$

Les deux premiers points se vérifient sur la réponse indicielle

- Écart nul en régime permanent en réponse à un échelon de position : valeur finale = consigne.

Ceci est bien vérifié puisque la réponse à un échelon unitaire tend vers 1.

- Temps de réponse à 5% = 0,15s : temps pour que la réponse reste dans une bande à + ou – 5% inférieure à 0,15s.

Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée si C(p) = 1