



## DISPOSITIF DE REGLAGE DE L'INCIDENCE DES PALES D'HELICOPTERE

### Présentation

Un hélicoptère crée sa portance grâce au mouvement de rotation du rotor principal entraîné à l'aide de la turbine. Pour permettre à l'hélicoptère de se déplacer suivant les différentes directions, les pales prennent, suivant un axe radial, une incidence qui varie au cours de la rotation du rotor.

Le dispositif qui transmet les consignes du pilote et qui permet d'imposer cette variation est le plateau de pas cyclique dont l'orientation est fixée par l'intermédiaire de plusieurs vérins hydrauliques.

La figure ci-contre présente le mécanisme complet. Sur ce schéma n'est pas représenté le mécanisme permettant l'entraînement en rotation suivant un axe vertical des solides 4, 5, 6 et 8 qui ne fera pas l'objet de l'étude.

Les 3 figures ci-dessous présentent 3 configurations du dispositif de réglage de l'incidence des pales.

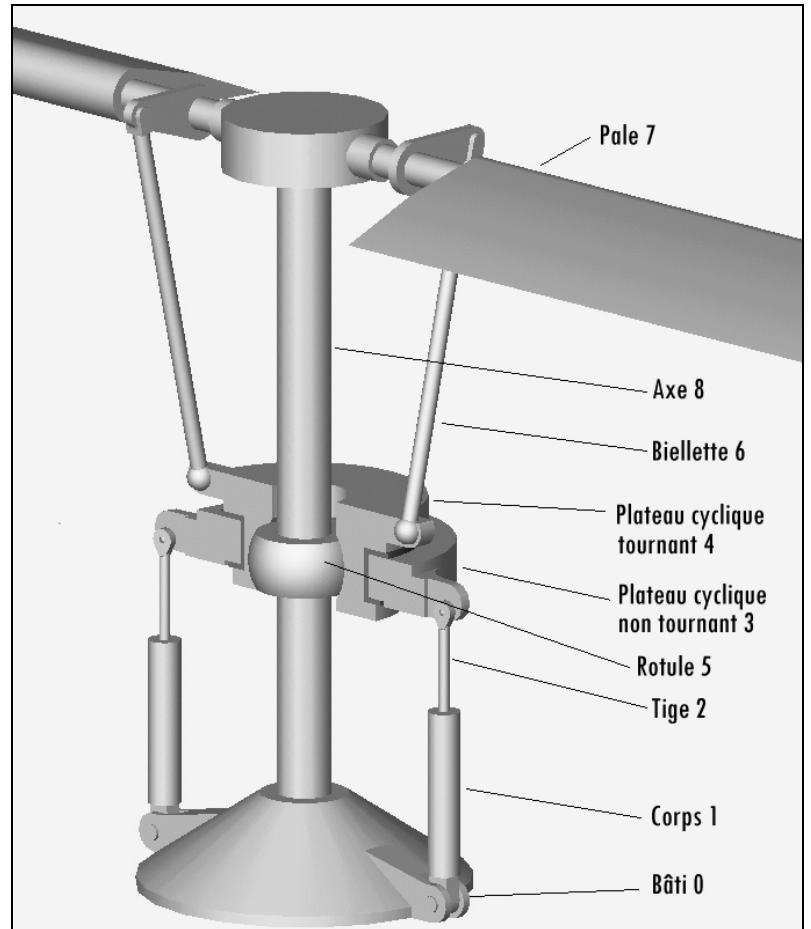


Figure 1

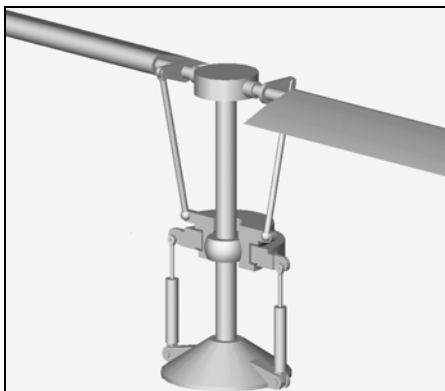


Figure 2

Hélicoptère à l'arrêt  
Les pales sont en position horizontale (incidence nulle).

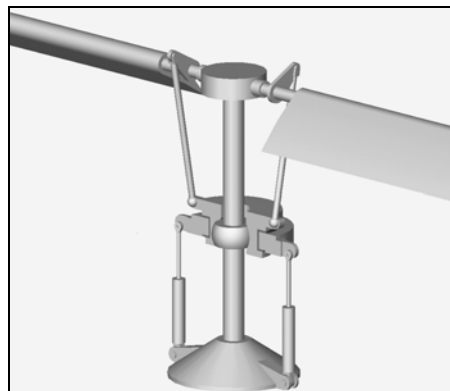


Figure 3

Hélicoptère en vol stationnaire.  
Les pales présentent la même incidence.

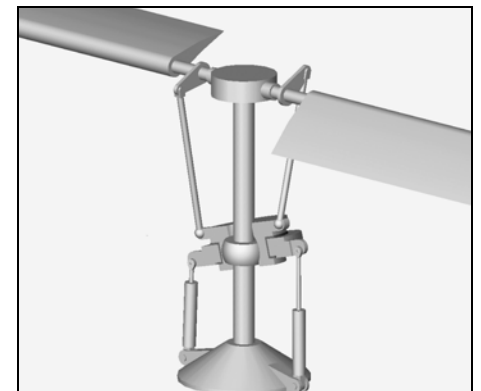


Figure 4

Hélicoptère en déplacement  
Les pales ne présentent pas la même incidence.

On se propose de construire une modélisation simplifiée et d'étudier les lois entrées-sorties des sous blocs fonctionnels qui constituent le dispositif de réglage de l'incidence cyclique des pales.

NB : Les trois parties sont indépendantes.

## Partie 1 : Etude spatiale du système complet.

La figure 1 fait apparaître 13 solides (NB : l'indice ' fait référence aux pièces de la partie gauche).

Bâti 0,

Corps 1 et 1' (en liaison pivot avec le bâti 0),

Tige 2 et 2' (en liaison avec le corps du vérin, respectivement 1 et 1', et en liaison rotule avec le plateau cyclique non tournant 3),

Plateau cyclique non tournant 3 (en liaison pivot avec le plateau tournant 4),

Plateau cyclique tournant 4,

Rotule 5,

Biellettes 6 et 6' (montées en liaison rotule à chacune de leur extrémité),

Pales 7 et 7' (en liaison pivot avec l'axe rotor 8),

Axe rotor 8 (en liaison pivot avec le bâti 0).

Un dispositif extérieur bloque, au niveau de la liaison rotule entre le plateau cyclique 4 et la rotule 5, la rotation suivant l'axe du rotor. La liaison équivalente entre le plateau cyclique tournant 4 et l'axe rotor 8 peut être modélisée par une liaison non normalisée à 3 degrés de liberté (une translation suivant l'axe du rotor, et deux rotations perpendiculaires à cet axe).

1-1) En supprimant le solide 5, construire le graphe de structure du mécanisme présenté figure 1, en faisant apparaître sur chaque arc le nombre de degrés de liberté de la liaison considérée.

1-2) Le mécanisme ainsi modélisé est isostatique. Sans calcul, à l'aide de la formule de mobilité, identifier l'indice de mobilité cinématique qui définit le nombre de paramètres indépendants permettant de fixer de manière unique la position de chacune des pièces. Décrire succinctement, les différents mouvements correspondants à l'indice trouvé.

Remarque :

L'indice de mobilité élevé interdit une étude cinématique du mécanisme complet, étant donné la lourdeur des calculs. On se propose d'étudier un mécanisme plan (objet de la deuxième partie), dont le fonctionnement permet d'appréhender le dispositif spatial.

## Partie 2 : Etude du bloc orientation du plateau cyclique.

On suppose connaître les vitesses de déplacement des tiges des vérins hydrauliques. Dans cette deuxième partie, on cherche les mouvements correspondants, du plateau cyclique non tournant 3. Afin de simplifier l'étude, on construit un modèle plan de ce dispositif, constitué des solides suivants :

Bâti 0 : lié au corps de l'hélicoptère.

Plateau 3 en liaison linéaire annulaire (sphère - cylindre) d'axe  $E \vec{y}$  avec le bâti 0.

Un premier vérin permet d'actionner le dispositif :

Corps 1 en liaison pivot d'axe  $G \vec{z}$  avec le bâti 0.

Corps 1 en liaison pivot glissant d'axe  $G \vec{y}_1$  avec la tige 2.

Tige 2 en liaison pivot d'axe  $F \vec{z}$  avec le plateau 3.

Données

$$\beta = (\vec{y}, \vec{y}_1)$$

$$\overline{OG} = g.\vec{x}$$

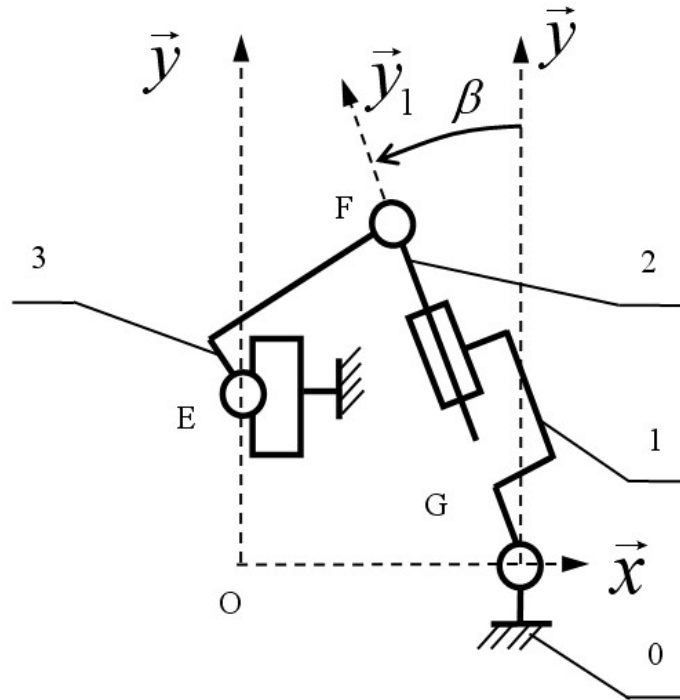
$$\overline{OF} = g.\vec{x} + f(t).\vec{y}_1$$

$$\overline{OE} = e(t).\vec{y}$$

Les variations de l'angle  $\beta$  étant faibles, on pourra faire l'approximation que  $\beta=0$ , ce qui caractérise la position de référence.

Toute l'étude cinématique sera effectuée autour de la position de référence, ce qui conduit à confondre  $\vec{y}$  et  $\vec{y}_1$ .

Schéma cinématique du dispositif décrit ci-dessus, dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$



**Figure 5**

- 2-1) Ecrire les torseurs cinématiques des différentes liaisons, dans le cadre d'une modélisation plane.
- 2-2) Ecrire la fermeture cinématique au point O, pour la position de référence.
- 2-3) En déduire l'indice de mobilité cinématique, qui définit le nombre de paramètres indépendants permettant de fixer de manière unique la position de chacune des pièces.
- 2-4) Expliquer la nécessité d'utiliser deux vérins.

On rajoute un deuxième vérin :

Corps **1'** en liaison pivot d'axe  $G' \vec{z}$  avec le bâti **0**.

Corps **1'** en liaison pivot glissant d'axe  $G' \vec{y}'_1$  avec la tige **2'**.

Tige **2'** en liaison pivot d'axe  $F' \vec{z}$  avec la pièce **3**.

Données

NB : l'indice ' caractérise la partie située à gauche de l'axe  $O \vec{y}$ .

$$\overrightarrow{OG'} = -g \cdot \vec{x}$$

$$\overrightarrow{OF'} = -g \cdot \vec{x} + f'(t) \cdot \vec{y}'_1$$

- 2-5) Construire le schéma cinématique du dispositif avec deux vérins.
- 2-6) Ecrire, au point O et pour la position de référence, les fermetures cinématiques du dispositif complet en tenant compte des deux vérins.
- 2-7) En déduire l'indice de mobilité du mécanisme complet. Commenter la valeur trouvée.
- 2-8) On étudie la loi entrée-sortie du point de vue cinématique autour de la position de référence et on fixe :

$$\vec{V}(M \in 2/1) \cdot \vec{y} = +v$$

$$\vec{V}(M \in 2'/1') \cdot \vec{y} = -v$$

Déterminer  $\vec{V}(E \in 3/0)$  et  $\vec{\Omega}_{3/0}$ . Quel est le mouvement de **3** par rapport à **0**, dans ce cas ?

- 2-9) Montrer que l'étude statique est possible dans le cadre d'une modélisation plane.

2-10) Les pales du rotor principal appliquent par l'intermédiaire des biellettes et du plateau cyclique tournant des actions mécaniques sur le solide **3** que l'on modélise par :

$$\{\mathfrak{S}_{ext \rightarrow 3}\} = \begin{cases} \vec{F}_{ext} = F_x \cdot \vec{x} + F_y \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{E, ext \rightarrow 3} = M_E \cdot \vec{z} \end{cases}$$

NB : Dans le cadre de la partie 2, les biellettes et le plateau cyclique tournant ne sont pas pris en compte et donc non représentés.

Déterminer l'effort exercé par chacun des vérins que l'on notera :

$$\{\mathfrak{S}_{fluide \rightarrow 2}\}_G = \begin{cases} \vec{F}_2 = F_2 \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}$$

$$\{\mathfrak{S}_{fluide \rightarrow 2'}\}_{G'} = \begin{cases} \vec{F}_{2'} = F_{2'} \cdot \vec{y}' \\ \vec{0} \end{cases}$$

Pour cette question, on néglige la masse et les inerties des différentes pièces, et on suppose les liaisons parfaites.

### Partie 3 : Etude du bloc orientation des pales du rotor

On suppose connaître la position du plateau cyclique non tournant **3**, et on cherche l'amplitude de rotation des pales lors de la révolution du rotor **8**.

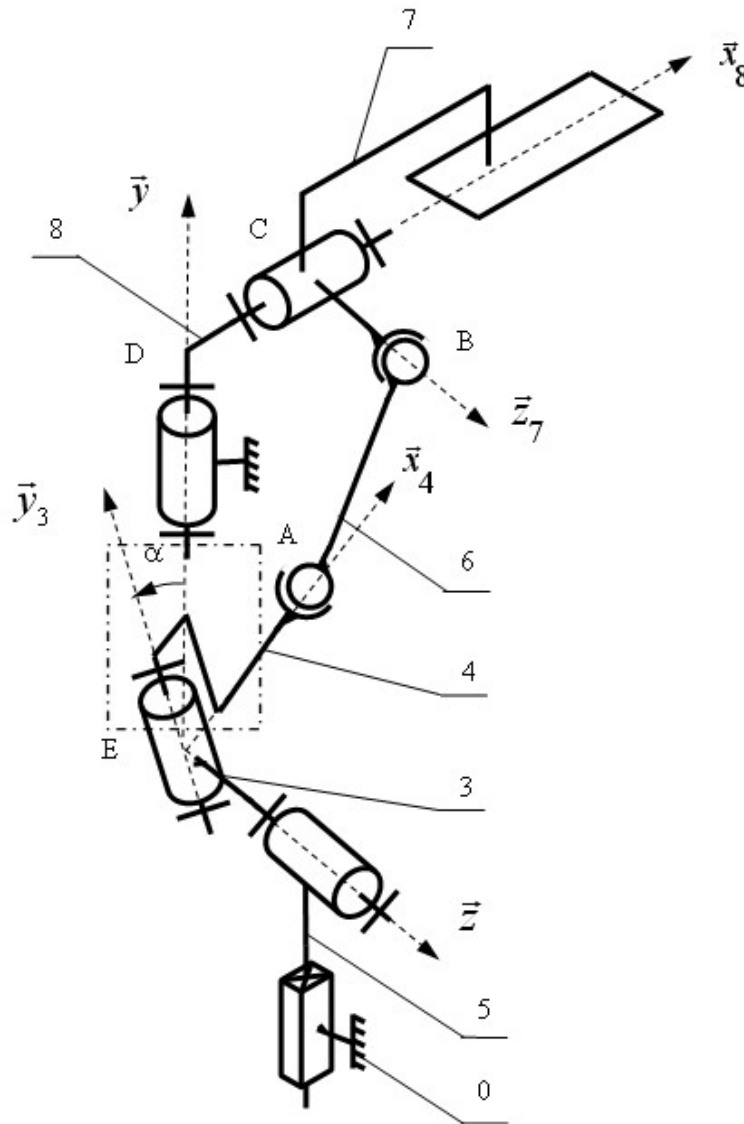


Figure 6

On définit différents repères :

$(E, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  lié au bâti **0**

$(E, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})$  lié au plateau cyclique non tournant **3**

$(E, \vec{x}_4, \vec{y}_3, \vec{z}_4)$  lié au plateau cyclique tournant **4**

$(D, \vec{x}_8, \vec{y}, \vec{z}_8)$  lié au rotor **8**

$(D, \vec{x}_8, \vec{y}_7, \vec{z}_7)$  lié à la pale **7**

Données :

$$\theta_7 = (\vec{y}, \vec{y}_7) = (\vec{z}_8, \vec{z}_7)$$

$$\theta = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}, \vec{z}_4)$$

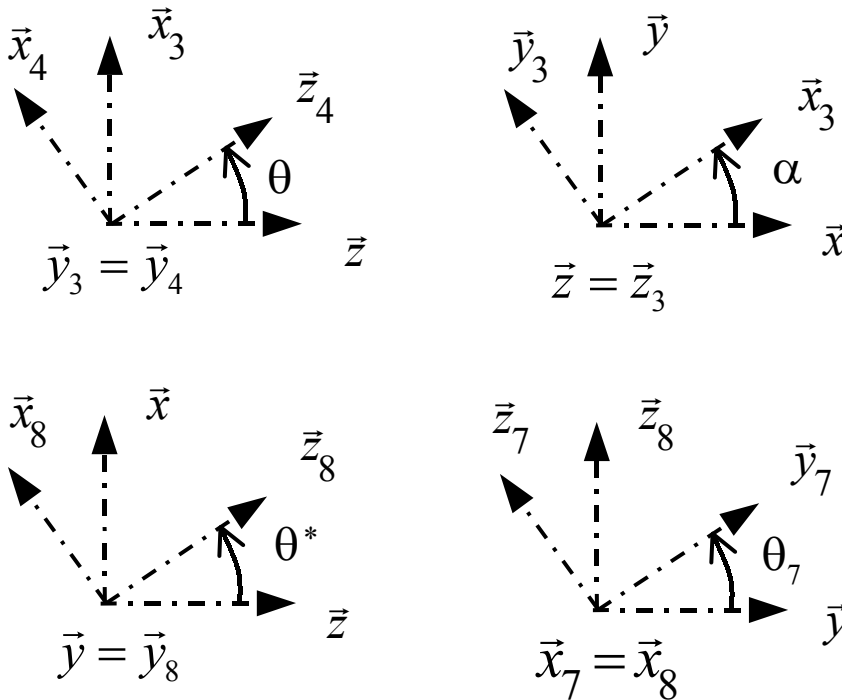
$$\theta^* = (\vec{x}, \vec{x}_8) = (\vec{z}, \vec{z}_8)$$

$$\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_3) = (\vec{y}, \vec{y}_3)$$

L'angle  $\alpha$  caractérise l'orientation du plateau cyclique non tournant **3**.

$$\overline{EA} = d.\vec{x}_4 \quad \overline{AB} = l_6.\vec{u}_{AB} \text{ avec } \vec{u}_{AB} = \frac{\overline{AB}}{\|\overline{AB}\|}$$

$$\overline{CB} = l_7.\vec{z}_7 \quad \overline{DC} = d.\vec{x}_8 \quad \overline{ED} = \lambda.\vec{y}$$



Remarques :

Un lien cinématique non représenté (situé dans la zone délimitée par le cadre en trait mixte sur la figure 6) permet d'imposer à tout instant :  $\theta = \theta^*$

L'angle  $\alpha$  est constant, sa valeur est fixée par l'intermédiaire du dispositif étudié dans la partie 2.

Les longueurs  $d$ ,  $l_6$  et  $l_7$  sont constantes, alors que le paramètre  $\lambda$  est variable.

3-1) Si l'angle  $\alpha$  est nul, quel est l'effet d'une variation du paramètre  $\lambda$  rendue possible par la liaison glissière de direction  $\vec{y}$  entre **5** et le bâti **0**? (Répondre sans effectuer de calcul).

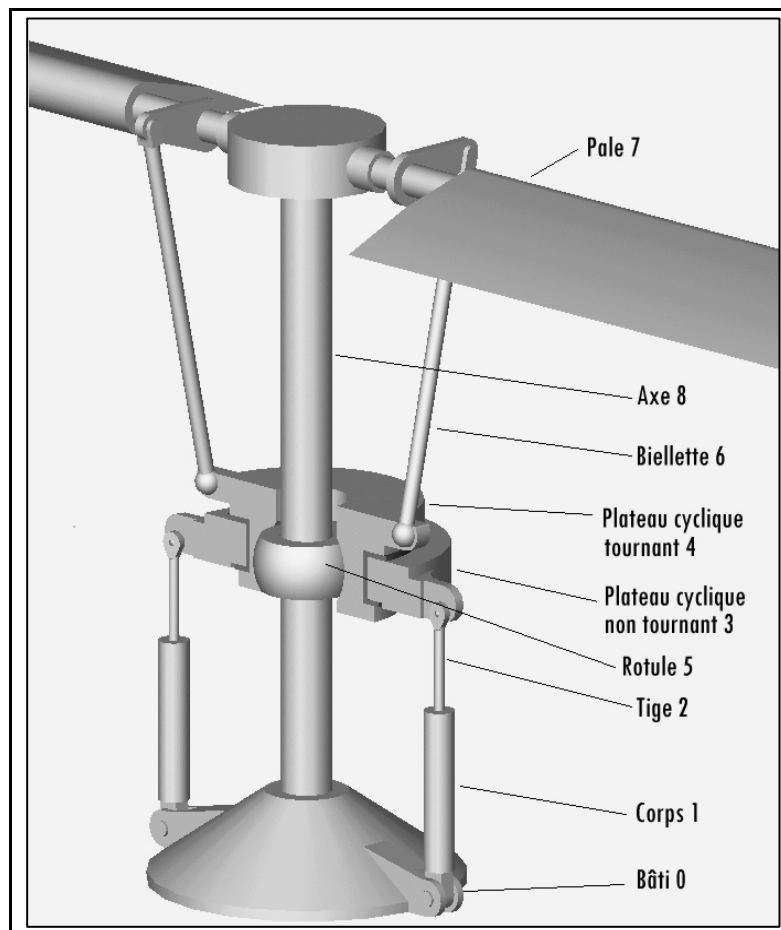
3-2) Si l'angle  $\alpha$  est nul, le paramètre  $\lambda$  prend la valeur  $\lambda_0$  pour que l'angle  $\theta_7$  soit constamment nul au cours de la rotation du rotor ( $\theta$  variant de 0 à  $2\pi$ ). Réaliser une épure (dessin précis) permettant de montrer que :  $\lambda_0 = \sqrt{l_6^2 - l_7^2}$

3-3) Pour un angle  $\alpha$  non nul et constant (en supposant  $\alpha$  petit), quelle est l'amplitude de l'orientation de la pale ( $\theta_{7\text{MAX}} - \theta_{7\text{min}}$ ) au cours de la rotation du rotor ( $\theta$  variant de 0 à  $2\pi$ ) en supposant que le paramètre  $\lambda$  prend la valeur donnée précédemment.

**REGLAGE DE L'INCIDENCE  
DES PALES D'HELICOPTERE**

**Ecole de l'AIR  
Filière PSI 2005  
CORRECTION**

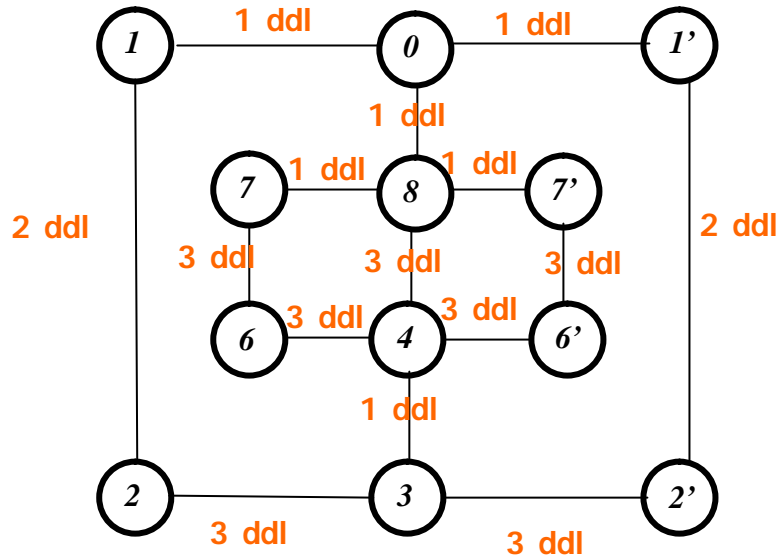
**Question 1.1 :** Graphe de structure du mécanisme



En supprimant le solide 5, c'est-à-dire en l'associant au même sous-ensemble fonctionnel que le rotor 8 et en reprenant le détail des liaisons énoncé dans le sujet (en gras ci-dessous), on obtient le graphe des liaisons (renseigné du nombre de degré de liberté de chaque liaison)

- ↳ Bâti 0,
- ↳ Corps 1 et 1' (en **liaison pivot** avec le bâti 0),
- ↳ Tige 2 et 2' (en liaison **pivot glissante** avec le corps du vérin, respectivement 1 et 1', et en liaison **rotule** avec le plateau cyclique non tournant 3),
- ↳ Plateau cyclique non tournant 3 (en liaison **pivot** avec le plateau tournant 4),
- ↳ Plateau cyclique tournant 4,
- ↳ Rotule 5, (**supprimée**)
- ↳ Bielles 6 et 6' (montées en liaison **rotule** à chacune de leur extrémité),
- ↳ Pales 7 et 7' (en liaison **pivot** avec l'axe rotor 8),

- Axe rotor **8** (en liaison **pivot** avec le bâti **0**).
- Un dispositif extérieur bloque, au niveau de la liaison rotule entre le plateau cyclique **4** et la rotule **5** (**donc le rotor 8**), la rotation suivant l'axe du rotor. La liaison équivalente entre le plateau cyclique tournant **4** et l'axe rotor **8** peut être modélisée par une liaison non normalisée à 3 degrés de liberté (une translation suivant l'axe du rotor, et deux rotations perpendiculaires à cet axe).



**Question 1.2 :** Identifier l'indice de mobilité cinématique qui définit le nombre de paramètres indépendants permettant de fixer de manière unique la position de chacune des pièces. Décrire succinctement, les différents mouvements correspondants à l'indice trouvé

Le mécanisme étant isostatique, on a  $h=0$ . En regardant le graphe tracé à la question précédente, on note 4 cycles indépendants et  $1+1+1+1+1+3+3+3+3+3+1+2+2+3+3=31 = N_C$  degrés de liberté total. Or d'après la relation  $h=m+6\gamma-N_C$ , on en déduit :  $0 = m + 6 \times 4 - 31$ , soit un indice de mobilité de  **$m = 7$** .

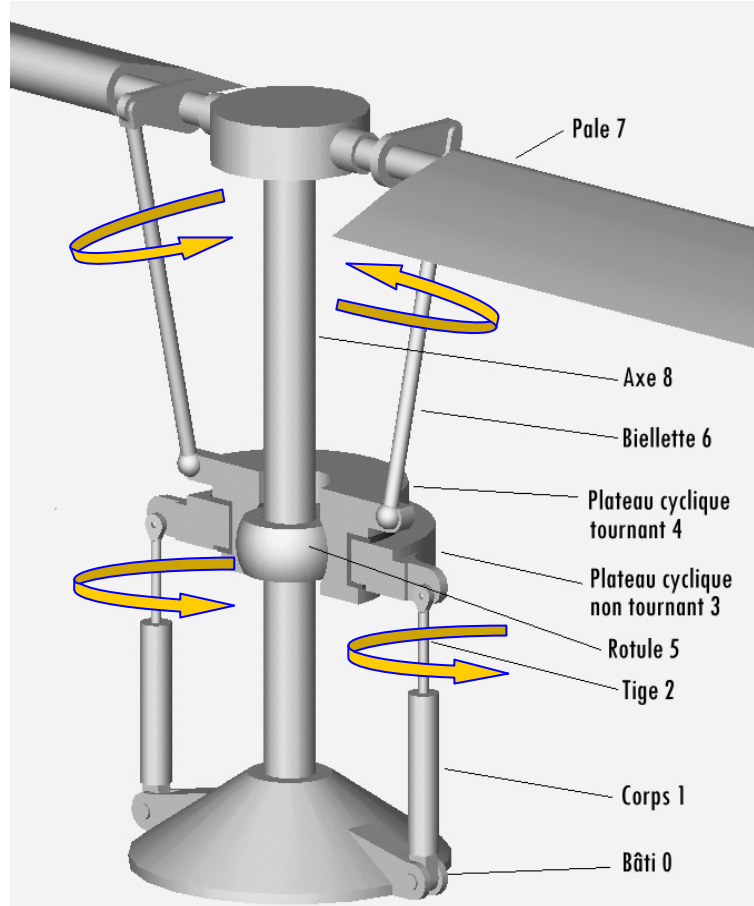
Ces mobilités correspondent aux mouvements suivants :

Mobilités utiles :

- rotation de l'axe rotor **8** par rapport au bâti **0** (mouvement principal)
- translation de la tige du vérin **2** par rapport au corps **1**
- translation de la tige du vérin **2'** par rapport au corps **1'**

Mobilités internes : (VOIR les flèches modélisant les mouvements de mobilités internes sur la figure ci-dessous)

- rotation de la tige du vérin **2** par rapport au corps **1**
- rotation de la tige du vérin **2'** par rapport au corps **1'**
- rotation de la biellette **6** autour de son axe.
- rotation de la biellette **6'** autour de son axe.



**Question 2.1 :** Torseurs cinématiques des différentes liaisons, dans le cadre d'une modélisation plane

? Entre 0 et 1, on a une liaison pivot d'axe  $(G, \vec{z})$ , donc un torseur cinématique de la forme (dans

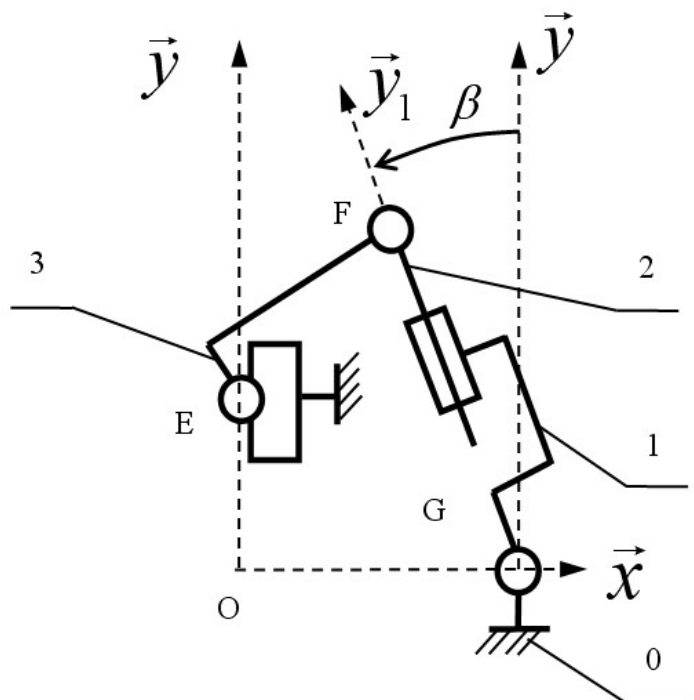
$$\text{l'espace) : } \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{w}_{z10} & 0 \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{B} & 0 \end{Bmatrix}_G,$$

ce qui donne dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ ,

la même chose :

$$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{B} & 0 \end{Bmatrix}_G$$

? Entre 1 et 2, on a une liaison pivot glissante d'axe  $(G, \vec{y}_1)$ , donc un torseur cinématique de la forme (dans l'espace) :





$\left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ \mathbf{w}_{y12} & v_{y12} \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{(x_1, y_1, z_1)}$ , ce qui donne dans le plan  $(O, \overset{r}{x}, \overset{r}{y})$ , et en fonction du paramétrage

$\left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & v_{y12} \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{(x_1, y_1, z_1)} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & -\dot{f}(t) \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{(x_1, y_1, z_1)}$ . En effet :

$\overset{u}{V}(G \in 1/2) = \overset{u}{V}(F \in 1/2) + \overset{u}{GF} \wedge \overset{u}{\Omega}(1/2)$   
 $= \overset{u}{V}(F \in 1/2) = -\overset{u}{V}(F \in 2/1) = -\left[ \frac{dGF}{dt} \right]_1 = -\dot{f}(t) \overset{r}{y}_1$

? Entre 2 et 3, on a une liaison pivot d'axe  $(F, \overset{r}{z})$ , donc un torseur cinématique de la

forme (dans l'espace) :  $\left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{w}_{z23} & 0 \end{matrix} \right\}_F$  ce qui donne dans le plan  $(O, \overset{r}{x}, \overset{r}{y})$ , la même

chose :  $\left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{w}_{z23} & 0 \end{matrix} \right\}_F$

? Entre 3 et 0, on a une liaison sphère – cylindre de centre E et de direction  $\overset{i}{y}$ , donc un

torseur cinématique de la forme (dans l'espace) :  $\left\{ \begin{matrix} \mathbf{w}_{x30} & 0 \\ \mathbf{w}_{y30} & v_{y30} \\ \mathbf{w}_{z30} & 0 \end{matrix} \right\}_E$ , ce qui donne dans

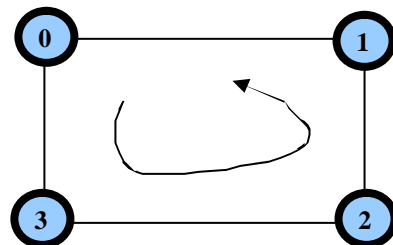
le plan  $(O, \overset{r}{x}, \overset{r}{y})$ , et en fonction du paramétrage :  $\left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & v_{y30} \\ \mathbf{w}_{z30} & 0 \end{matrix} \right\}_E = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \dot{g}(t) \\ \mathbf{w}_{z30} & 0 \end{matrix} \right\}_E$

En effet :  $\overset{u}{V}(E \in 3/0) = \left[ \frac{dOE}{dt} \right]_0 = \dot{g}(t) \overset{r}{y}$

**Question 2.2 : Fermeture cinématique au point O, pour la position de référence**

En suivant la boucle du graphe des liaisons de cette modélisation plane, tracée ci-dessous:

On a:



$\left\{ \begin{matrix} \overset{i}{0} \\ \overset{r}{r} \\ \overset{i}{0} \end{matrix} \right\} = \overset{o}{V}(0/1) + \overset{o}{V}(1/2) + \overset{o}{V}(2/3) + \overset{o}{V}(3/0)$