ANALYSE

ENONCE DU PROBLEME

ENONCE–2

On considère, pour $n \geq 1$, la fonction polynomiale P_n définie par

$$\forall x \in \mathbb{R},\ P_n(x) = x^n + x - 1$$

1) Montrer que l'équation $P_n(x) = 0$ admet une unique solution positive que l'on notera x_n et vérifier que $x_n \in]0,1[$.

2) Montrer que la suite (x_n) est croissante et justifier l'existence d'une limite ℓ pour la suite (x_n) telle que $\ell \in]0,1[$.

3) En raisonnant par l'absurde, montrer que $\ell = 1$.

4) On pose $u_n = 1 - x_n$. Montrer que $\ln(1-u_n) = \frac{1}{n}\ln(u_n)$ et conclure que $u_n \underset{(+\infty)}{\sim} -\frac{\ln(u_n)}{n}$

5) a) Soit deux suites numériques (a_n) et (b_n)strictement positives : on suppose $a_n \underset{(+\infty)}{\sim} b_n$ et a_n tend vers une limite positive ou nulle non égale à 1 lorsque n tend vers $+\infty$. Montrer que $\ln a_n \underset{(+\infty)}{\sim} \ln b_n$

b) Montrer que $u_n \underset{(+\infty)}{\sim} \left(\frac{\ln n}{n} - \frac{\ln(-\ln u_n)}{n}\right)$

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.