

## SCIENCES INDUSTRIELLES

DURÉE: 5 HEURES

*Aucun document n'est autorisé.*

*L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé, une seule à la fois étant admise sur la table ou le poste de travail, et aucun n'échange n'est autorisé entre les candidats.*

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.



**De la moissonneuse-lieuse et de  
la batteuse ...  
à la moissonneuse-batteuse**

**Le sujet est composé :**

- ✓ de ce livret avec les annexes décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé,
- ✓ d'un document réponse recto-verso à joindre à la copie.

**Il est recommandé au candidat :**

- ✓ de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer,
- ✓ de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse,
- ✓ de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet,
- ✓ de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire,
- ✓ de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Les différentes parties sont relativement indépendantes. Néanmoins il est recommandé de les traiter dans l'ordre du sujet pour tenir compte des différentes remarques et des notations.

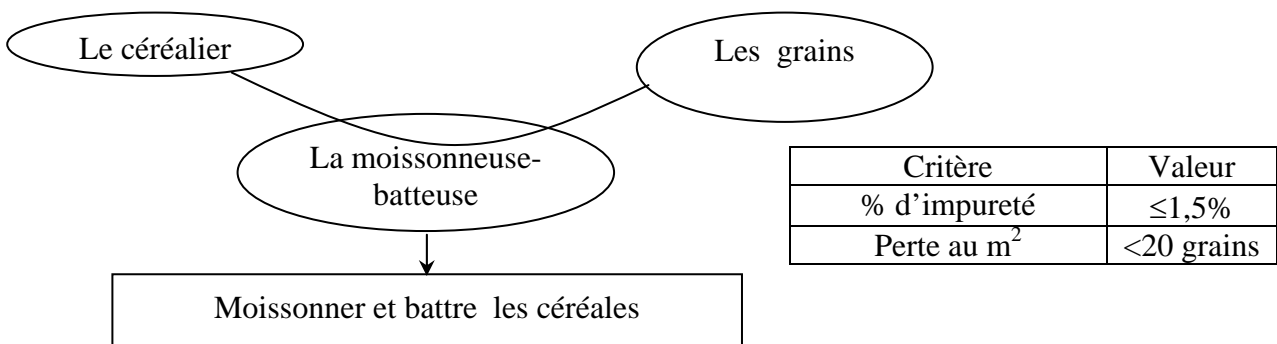
## Le contexte

Pendant de longues années, la récolte des céréales a été réalisée en deux étapes : la coupe et la mise en gerbes par une moissonneuse-lieuse puis, après stockage en meules, le battage par une batteuse (voir photos de la page précédente). Ces deux opérations sont aujourd'hui réalisées, dans le champ, par une seule machine appelée moissonneuse-batteuse. Le système retenu pour ce sujet est l'une d'elle, le modèle 2350, commercialisé par LAVERDA. Propulsée par un moteur de près de 300 kW, cette machine de haut de gamme peut récolter plus de trente tonnes de céréales par heure.



La LAVERDA 2350 récoltant du blé

*L'objet de l'étude est la validation partielle des solutions technologiques qui contribuent à la réalisation de la prestation principale :*

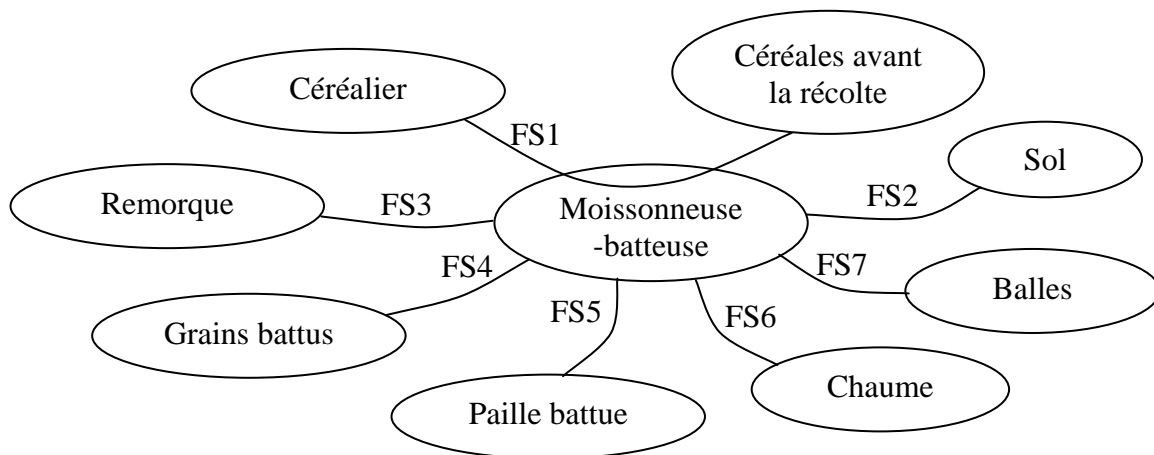


Cette prestation est réalisée pendant la phase de vie de la moisson :



Le céréalier, installé dans la cabine de conduite, parcourt la surface du champ par bandes parallèles de la largeur de la coupe de la moissonneuse–batteuse. La céréale est coupée puis battue, c'est-à-dire que le grain est séparé de son enveloppe (la balle) et de la paille. Nettoyés des impuretés, les grains sont transvasés dans la remorque qui roule à coté de la moissonneuse batteuse. La paille et les balles sont déposées, en andains, sur les chaumes.

Une modélisation partielle de cette phase est donnée par le cahier des charges fonctionnel :



N°	Qualification	Critère	Niveau
FS1	Permettre au céréalier de récolter les céréales	Taux d'impureté dans les grains	< 1,5 %
		Perte de grains	< 20 au m <sup>2</sup>
FS2	S'adapter au sol	Dégradation de la prestation	aucune
FS3	S'adapter au mouvement de la remorque	Position relative par rapport à la remorque	± 2 m
FS4	Assurer le transvasement des grains battus	Perte de grains	Aucune
FS5	Assurer la dépose de la paille battue	Largeur de la dépose	1,5 ± 0,1 m
FS6	Réaliser une hauteur de chaumes	Hauteur	> 80 mm
		Ecart	< 10 cm
FS7	Réaliser l'épandage des balles	Largeur	4 m



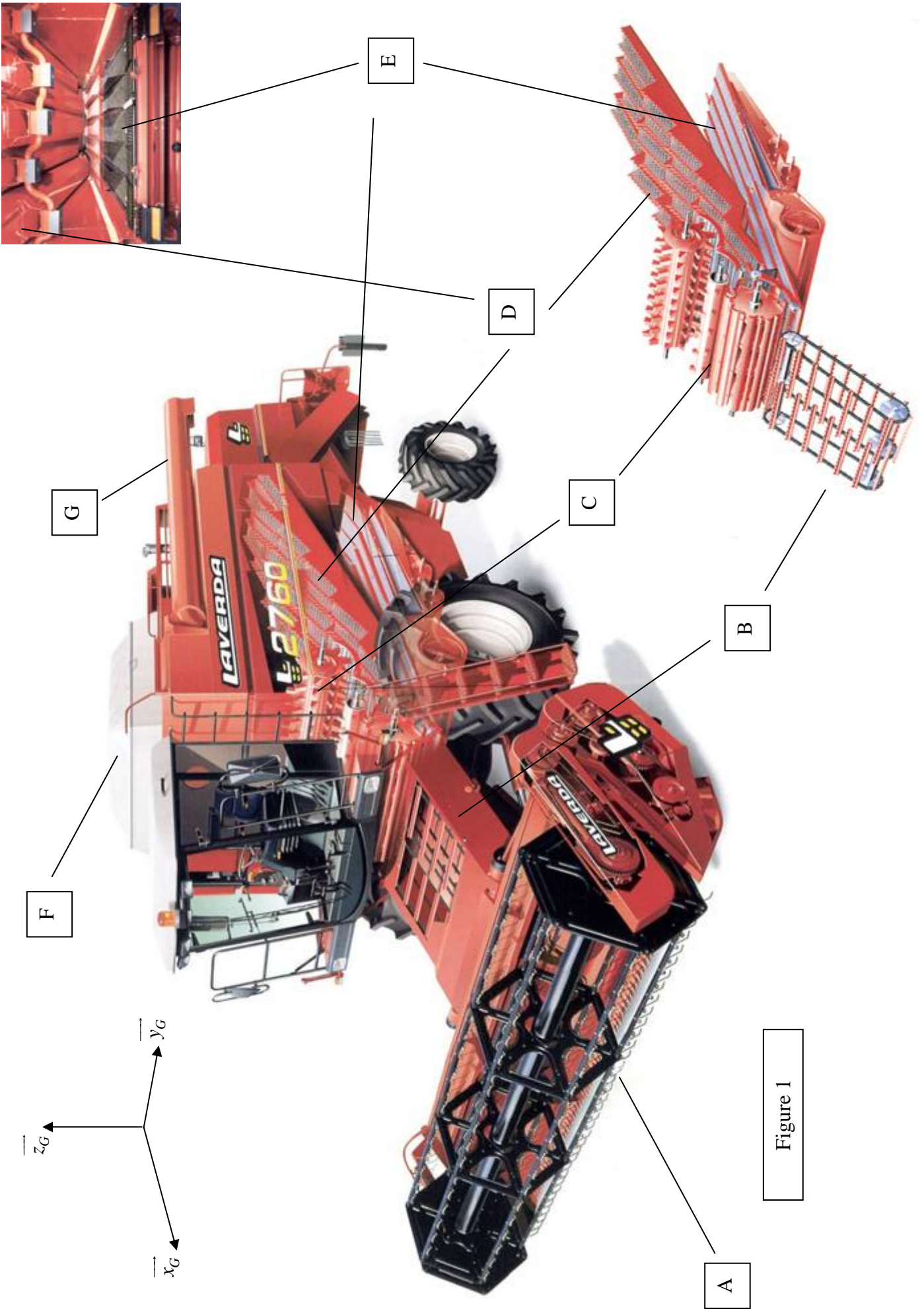


Figure 1

La Figure 1 représente la moissonneuse-batteuse LAVERDA 2350. La base  $(\vec{x}_G, \vec{y}_G, \vec{z}_G)$  est telle que  $\vec{g} = -g\vec{z}_G$ , avec  $\vec{g}$  accélération de la pesanteur.

Lors de la récolte, la céréale est coupée, couchée puis rassemblée par la coupe (repère A sur la Figure 1) avant d'être acheminée par le convoyeur (repère B) vers le batteur (repère C) pour le battage. Sous l'effet de la pression, une grande partie des grains et des balles traverse la paroi du batteur et tombe à l'entrée du caisson de nettoyage (repère E). La paille, une partie des balles et le reste des grains passent sur les secoueurs (repère D). Alors que la paille et les balles sont éjectées à l'arrière de la moissonneuse-batteuse et répandues en andains sur le champ, les grains, plus lourds descendent dans la paille, traverse les alvéoles puis glissent au fond des secoueurs pour être ramenés à l'entrée du caisson de nettoyage.

Le caisson de nettoyage comprend trois niveaux : le plan supérieur percé d'alvéoles, l'étage médian (la grille) percé de trous calibrés et un fond plat. Installée au fond du caisson, une soufflerie génère un vent qui traverse la grille et les alvéoles ; ce vent est destiné à mettre les balles et les impuretés en suspension et à les expulser hors de la moissonneuse. Les grains après être passés au travers des alvéoles, passent au travers de la grille puis sont acheminés par une vis d'Archimède dans un réservoir de 8 m<sup>3</sup>, la trémie (repère F), en attente de vidange.

Lorsqu'elle est pleine, la trémie est vidée dans une remorque en déployant la goulotte de vidange (repère G). Cette opération peut être réalisée à l'arrêt ou en pendant le battage (voir photo 1).

**Q1.** Compléter le SADT ébauché sur le Document Réponse 1, en indiquant les flux des grains, de la paille et des balles.

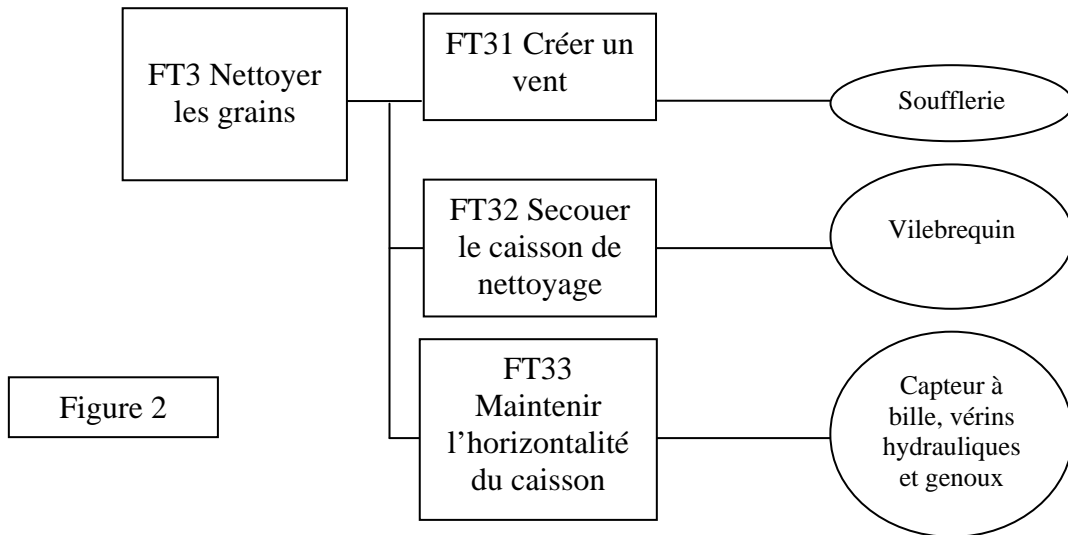
## Problématique

Dans le caisson de nettoyage, les grains sont débarrassés des dernières impuretés (graines diverses, morceaux de paille ou balles) en passant au travers des trous calibrés de la grille. Ce passage est facilité par l'action combinée de secousses et d'un fort courant d'air créé par la soufflerie. Cependant, pour assurer à la fois la qualité requise par la prestation et le débit attendu, il faut que l'épaisseur de grains sur la grille de nettoyage soit uniforme.

*Cette contrainte impose l'horizontalité du caisson de nettoyage quelle que soit la pente du terrain (photo 2).*



La Figure 2 donne une partie du FAST associé à la fonction technique FT3.



Le tableau ci-dessous donne une partie de la caractérisation de la Fonction Technique FT33 :

<i>Caractérisation partielle des fonctions techniques</i>		
<i>Expression</i>	<i>Critère</i>	<i>Niveau</i>
FT33 Maintenir l'horizontalité du caisson	Angle d'inclinaison transversale (autour de l'axe $\overline{x_G}$ ) du caisson de nettoyage	$0^\circ \pm 4^\circ$ à garantir jusqu'à un dévers de $10^\circ$
	Angle d'inclinaison longitudinale (autour de l'axe $\overline{y_G}$ ) du caisson de nettoyage	$0^\circ \pm 4^\circ$ à garantir jusqu'à une pente de $10^\circ$

Pour répondre aux critères de la fonction technique FT33, les concepteurs de la marque LAVERDA ont choisi d'orienter le châssis de la moissonneuse-batteuse par rapport au sol (voir photo 2).

## PARTIE 1

*L'objet de cette partie est l'analyse et la modélisation de la solution technique retenue sur la moissonneuse-batteuse LAVERDA 2350 pour satisfaire les critères de la Fonction Technique FT33.*

Les dimensions de la moissonneuse-batteuse sont données en Annexe 1. Un modèle de la liaison au sol de la moissonneuse-batteuse est défini en Annexe 2. Le paramétrage nécessite la définition de trois bases :

$(\overrightarrow{x_s}, \overrightarrow{y_s}, \overrightarrow{z_s})$ :	base liée au profil du sol
$(\overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{y_M}, \overrightarrow{z_M})$ :	base liée au châssis de la moissonneuse-batteuse
$(\overrightarrow{x_G}, \overrightarrow{y_G}, \overrightarrow{z_G})$ :	base liée au référentiel galiléen avec $\overrightarrow{z_G}$ vertical ascendant

La mobilité liée à la direction est assurée par les roues arrière. La hauteur de chaque roue avant est pilotée par deux liaisons glissières. L'objectif est de garantir l'horizontalité du châssis de la moissonneuse-batteuse, c'est-à-dire  $\overrightarrow{z_G} = \overrightarrow{z_M}$ .

Le modèle est représenté en Annexe 2 dans le cas particulier d'un dévers, c'est-à-dire une rotation du sol, supposé plan, par rapport au référentiel galiléen définie par l'angle  $(\overrightarrow{y_G}, \overrightarrow{y_s}) = (\overrightarrow{z_G}, \overrightarrow{z_s})$ .

**Q2.** Sur le modèle proposé, démontrer que la commande des deux mobilités sur les roues avant permet d'obtenir l'horizontalité du châssis de la moissonneuse-batteuse, dans la limite des débattements des liaisons.

Sur la LAVERDA 2350, la position des roues avant par rapport au châssis n'est pas réalisée par le guidage en translation modélisé par des liaisons glissières en Annexe 2, mais par un mécanisme appelé genou, dont un modèle est donné en Annexe 3, actionné par un vérin hydraulique.

Le genou comporte quatre classes d'équivalence cinématiques :

- CE1 : la pièce n°1
- CE2 : la pièce n°2 (tige du vérin hydraulique)
- CE3 : la pièce n°3 (corps du vérin hydraulique)
- CE4 : la pièce n°4 (partie solidaire du châssis de la moissonneuse-batteuse)

Le paramétrage du modèle cinématique est donné en Annexe 3 :

$(\overrightarrow{x_s}, \overrightarrow{y_s}, \overrightarrow{z_s})$ :	base liée au profil du sol
$(\overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{y_M}, \overrightarrow{z_M})$ :	base liée au châssis de la moissonneuse-batteuse
$(\overrightarrow{x_G}, \overrightarrow{y_G}, \overrightarrow{z_G})$ :	base liée au référentiel galiléen avec $\overrightarrow{z_G}$ vertical ascendant.

- La liaison entre CE1 et CE2 est modélisée par une liaison pivot d'axe  $(C, \overrightarrow{y_M})$ .
- La liaison entre CE2 et CE3 est modélisée par une liaison pivot glissant d'axe  $(C, \overrightarrow{x_2})$  telle que  $\overrightarrow{DC} = l \cdot \overrightarrow{x_2}$ .
- La liaison entre CE3 et CE4 est modélisée par une liaison pivot d'axe  $(D, \overrightarrow{y_M})$  telle que  $\gamma = (\overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{x_2})$ .

- La liaison entre CE4 et CE1 est modélisée par une liaison pivot d'axe  $(A, \overrightarrow{y_M})$  telle que  $\theta = (\overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{x_1})$ .
- CE1 est en liaison pivot (axe  $(B, \overrightarrow{y_M})$ ) avec la roue avant.

Dans un premier temps, on s'intéresse uniquement à la chaîne formée par les quatre classes d'équivalence CE1 à CE4.

**Q3.** Calculer le degré de mobilité de cette chaîne cinématique. En déduire le nombre de paramètres indépendants permettant de décrire la position de cette chaîne.

**Q4.** Dans le cas d'une modélisation spatiale, calculer le degré d'hyperstaticité de cette chaîne. Proposer une modification de la modélisation des liaisons qui rende la chaîne isostatique.

**Q5.** Calculer le degré d'hyperstaticité dans le cas d'une modélisation plane de la chaîne formée par les quatre classes d'équivalence. Conclure.

**Q6.** Déterminer la répartition des masses sur chacune des roues de la moissonneuse-batteuse lorsque la trémie est pleine et que la machine est à l'arrêt sur un plan horizontal (voir Annexe 1). Le centre de gravité, malgré la goulotte, est supposé dans le plan de symétrie  $(Or; \overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{z_M})$ .

Dans les questions suivantes, on ne prend en compte que l'horizontalité transversale (rotation autour de l'axe  $\overrightarrow{x_G}$ ) de la moissonneuse-batteuse. On suppose que les allongements des vérins des genoux sont symétriques (lorsque la tige d'un vérin sort de x mm, la tige de l'autre vérin rentre de x mm) et qu'ils ne modifient pas de manière significative l'horizontalité longitudinale (rotation autour de l'axe  $\overrightarrow{y_G}$ ). C'est pourquoi le modèle propose une liaison glissière de direction  $\overrightarrow{z_G}$  entre le châssis 4 de la machine et le sol 0.

**Q7.** Déterminer la course nécessaire  $\Delta h$  sur chaque genou pour garantir l'horizontalité transversale jusqu'à un dévers maximum de  $10^\circ$ .

**Q8.** Déterminer graphiquement sur le Document Réponse 2 la course de vérin nécessaire en supposant que la position représentée correspond exactement à la position médiane de la course  $\Delta h$  à obtenir.

Notations :

- On nomme  $F_{\text{vérin}}$  l'action de la pression du fluide sur le piston (CE2). Cette action peut être décomposée en  $F_{\text{vérin}} = F_0 + F_a$  avec :
  - $F_0$  l'action de la pression permettant de maintenir la position statique de référence (initiale) qui correspond à un angle  $\theta = (\overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{x_1}) = 45^\circ$
  - $F_a$  l'action de la pression permettant de créer une accélération.
- On peut aussi décomposer  $l$  en  $l = l_0 + l_a$  et de la même manière  $h$  en  $h = h_0 + h_a$ 
  - $l_0$  et  $h_0$  correspondent à  $l$  et  $h$  pour la position de référence  $\theta = (\overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{x_1}) = 45^\circ$ .

La surface du vérin sur laquelle agit la pression hydraulique sera notée  $S$ .



Etant donnée l'importance des actions mises en jeu pour mouvoir le châssis de la moissonneuse-batteuse, les liaisons sont supposées parfaites, les actions des frottements sec et fluide dans le vérin sont négligées, et les masses des pièces 1, 2 et 3 sont négligées.

**Q9.** Par une étude dynamique, déterminer la relation entre  $h$  et/ou ses dérivées successives et  $l$  et/ou ses dérivées successives.

**Q10.** En utilisant la courbe donnée en Annexe 4, déterminer la fonction de transfert  $\frac{H_a(p)}{F_a(p)}$ .

La pompe hydraulique alimentant le vérin est capable de fournir une pression maximum de  $P_{\max}=220$  bars et un débit maximum de  $q_{\max}=10$  litres.s<sup>-1</sup>.

**Q11.** Choisir une référence de vérin dans l'Annexe 5 permettant d'atteindre le niveau des

critères de la Fonction Technique FT33 :  $0^\circ \pm 4^\circ \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{h} = 1,32 \text{ m.s}^{-1} \\ \ddot{h} = 8 \text{ m.s}^{-2} \end{array} \right\}$ .

La pompe hydraulique qui alimente le vérin du genou est entraînée par un moteur électrique à courant continu. Les équations temporelles régissant le fonctionnement du moteur à courant continu sont :

- $c_M(t) = K_t \cdot i(t)$
- $e(t) = K_e \cdot \omega(t)$
- $u(t) = e(t) + L \cdot \frac{d}{dt} i(t) + R \cdot i(t)$

On note  $c_r(t)$  le couple récepteur exercé par le rotor du moteur sur la pompe hydraulique et  $J$  le moment d'inertie du rotor et de l'axe de la pompe ramené sur l'axe de rotation du moteur.

**Q12.** Exprimer la relation entre  $c_M(t)$ ,  $c_r(t)$  et  $\omega(t)$ . En déduire la relation entre leur transformée de Laplace :  $C_M(p)$ ,  $C_r(p)$  et  $\Omega(p)$ .

**Q13.** Proposer alors un modèle sous forme de schéma bloc du moteur électrique avec  $U(p)$  et  $C_r(p)$  comme entrées et  $\Omega(p)$  comme sortie.

Une pompe hydraulique est un système mécanique dont la fonction est de transformer une énergie mécanique en énergie hydraulique. La modélisation retenue repose sur l'hypothèse de fluide incompressible et l'existence d'un rapport de proportionnalité entre le débit fourni et la vitesse de rotation de la pompe. On note  $K_1$  ce rapport de proportionnalité tel que  $q(t) = K_1 \cdot \omega(t)$ ,  $q(t)$  étant le débit d'alimentation du vérin.

**Q14.** En supposant le rendement de la pompe égal à 1, exprimer la relation entre la pression  $p_r(t)$  à la sortie de la pompe et le couple  $c_r(t)$  appliqué à l'entrée de la pompe.

**Q15.** En déduire les deux équations dans le domaine de Laplace régissant le fonctionnement de la pompe hydraulique.

**Q16.** Par analogie au raisonnement et aux notations proposés dans les questions précédentes, recopier et compléter le schéma bloc ci-dessous en y incluant la pompe hydraulique et le genou de manière à avoir  $U_a(p)$  en entrée et  $H_a(p)$  en sortie. En plus des