MOISSONNEUSE BATTEUSE
X - ENS
Filière PSI 2006
CORRECTION

Question 1 : Compléter le SADT ébauché sur le Document Réponse 1, en indiquant les flux des grains, de la paille et des balles

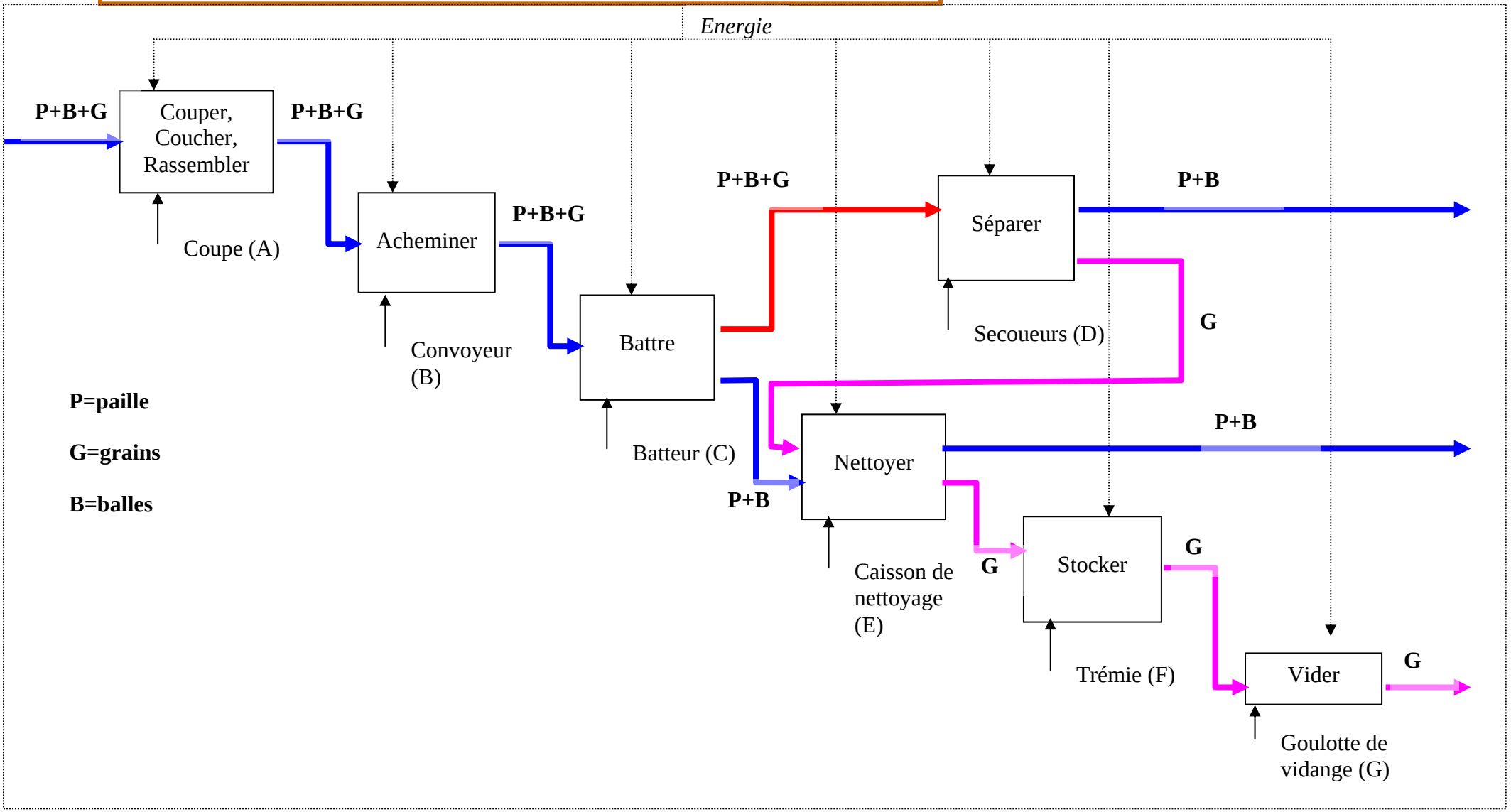
Lors de la récolte, la céréale est coupée, couchée puis rassemblée par la coupe (repère A sur la Figure 1) : Bloc A1 sur le document réponse
Avant d'être acheminée par le convoyeur (repère B) : Bloc A2 sur le document réponse
Vers le batteur (repère C) pour le battage : Bloc A3 sur le document réponse
Sous l'effet de la pression, une grande partie des grains et des balles traverse la paroi du batteur et tombe à l'entrée du caisson de nettoyage (repère E) : : Bloc A5 sur le document réponse
La paille, une partie des balles et le reste des grains passent sur les secoueurs (repère D) : : Bloc A4 sur le document réponse
Alors que la paille et les balles sont éjectées à l'arrière de la moissonneuse-batteuse et répandues en andains sur le champ, les grains, plus lourds descendent dans la paille, traverse les alvéoles puis glissent au fond des secoueurs pour être ramenés à l'entrée du caisson de nettoyage.
Le caisson de nettoyage comprend trois niveaux : le plan supérieur percé d'alvéoles, l'étage médian (la grille) percé de trous calibrés et un fond plat. Installée au fond du caisson, une soufflerie génère un vent qui traverse la grille et les alvéoles ; ce vent est destiné à mettre les balles et les impuretés en suspension et à les expulser hors de la moissonneuse.
Les grains après être passés au travers des alvéoles, passent au travers de la grille puis sont acheminés par une vis d'Archimède dans un réservoir, la trémie (repère F). : Bloc A6 sur le document réponse
Lorsqu'elle est pleine, la trémie est vidée dans une remorque en déployant la goulotte de vidange (repère G). : Bloc A7 sur le document réponse

Les liens du SADT, ne font « que suivre » le descriptif détaillé ci-dessus.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

X – ENS 2006 filière PSI
Moissonneuse batteuse



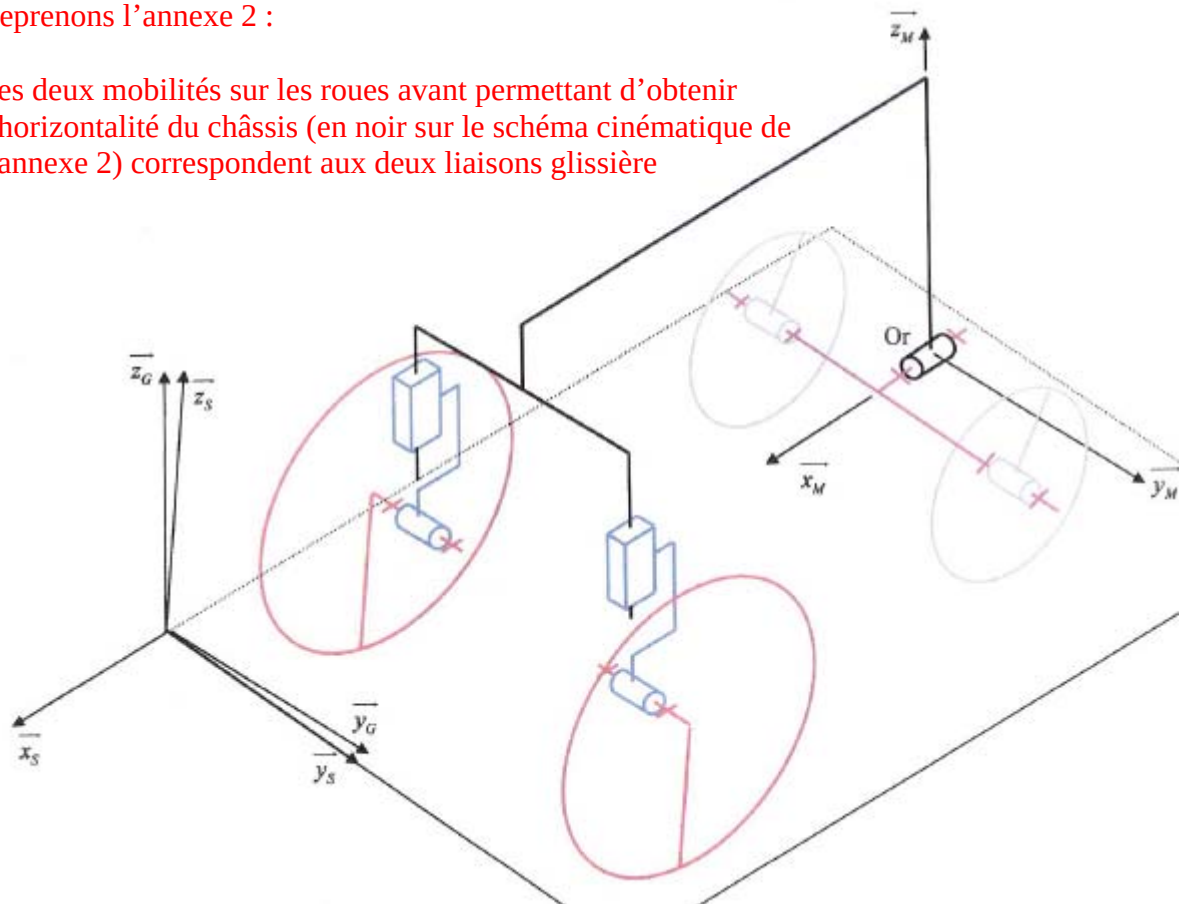
Emmanuel FARGES
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

Question 2 : Démontrer que la commande des 2 mobilités sur les roues avant permet d'obtenir l'horizontalité du châssis de la moisonneuse – batteuse.

Reprenons l'annexe 2 :

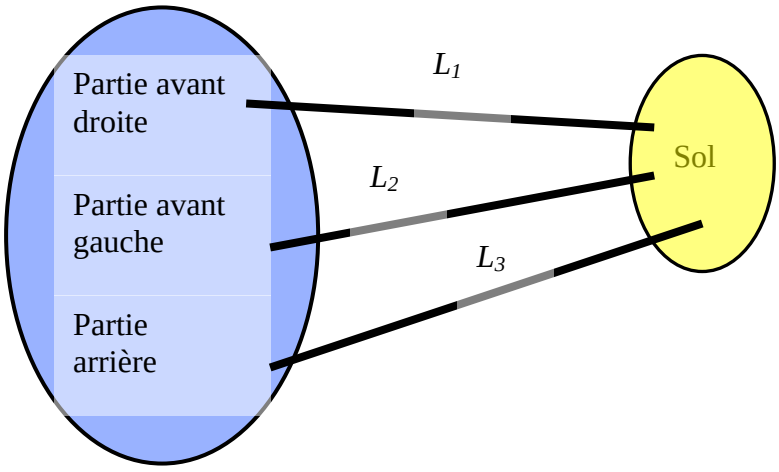
Les deux mobilités sur les roues avant permettant d'obtenir l'horizontalité du châssis (en noir sur le schéma cinématique de l'annexe 2) correspondent aux deux liaisons glissière



Ces deux mobilités doivent être capable de « rattraper »

- Un devers, c'est-à-dire un angle dans le plan de normale $\vec{x}_G$
- Une pente, c'est-à-dire un angle dans le plan de normale $\vec{y}_G$

On cherche donc un mécanisme permettant d'obtenir une liaison équivalente entre le sol (assimilé à un plan ici) et le châssis caractérisé par un torseur cinématique de la forme $\begin{Bmatrix} \neq 0 & : \\ \neq 0 & : \\ : & : \end{Bmatrix}$. La démonstration analytique ne s'intéresse donc qu'aux composantes de la résultante, ce qui simplifie considérablement les calculs puisque l'on n'a pas besoin de réduire les torseurs en des points particuliers. C'est d'ailleurs aussi pourquoi, le



Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

modèle de l'annexe 2 n'est pas paramétré !!!

Assimilons chaque contact d'une roue avec le sol par une liaison ponctuelle, et sans tenir compte des liaisons pivot permettant aux roues de tourner sur elles mêmes, on obtient la structure en parallèle suivante :

Les liaisons en partie avant (que ce soit la droite L_1 où la gauche L_2) correspondent à la mise en série d'une ponctuelle avec une glissière de direction la normale au plan de la ponctuelle, soit des liaisons LIBRES du type : $\left\{\begin{matrix}\omega_x & v_x\\ \omega_y & v_y\\ \omega_z & m_1\end{matrix}\right\}$ et $\left\{\begin{matrix}\omega_x & v_x\\ \omega_y & v_y\\ \omega_z & m_2\end{matrix}\right\}$, avec m_1 et m_2, les mobilités de commande de l'horizontalité.

La liaison L_3 entre la partie arrière et la sol correspond à la mise en série de la liaison pivot avec la liaison équivalente à la mise en parallèle de deux ponctuelles de normale identique.

Soit la mise en série de la pivot $\left\{\begin{matrix}\omega_x & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}$ avec une linéaire rectiligne (deux points formant une ligne droite, on a : 2 ponctuelle en parallèle = une linéaire rectiligne) $\left\{\begin{matrix}0 & v_x\\ \omega_y & v_y\\ \omega_z & 0\end{matrix}\right\}$, soit la liaison caractérisée par le torseur cinématique $\left\{\begin{matrix}\omega_x & v_x\\ \omega_y & v_y\\ \omega_z & 0\end{matrix}\right\}$

Globalement, les deux mouvements recherchés sont donc permis par cette structure.

Démontrons maintenant que si on annule ces mobilités, alors ces mouvements ne sont pas possibles :

Si on bloque les mobilités m_1 et m_2, on a alors la mise en parallèle de 2 ponctuelles à l'avant, soit pour les mêmes raisons que précédemment, une linéaire rectiligne $\left\{\begin{matrix}0 & v_x\\ \omega_y & v_y\\ \omega_z & 0\end{matrix}\right\}$.

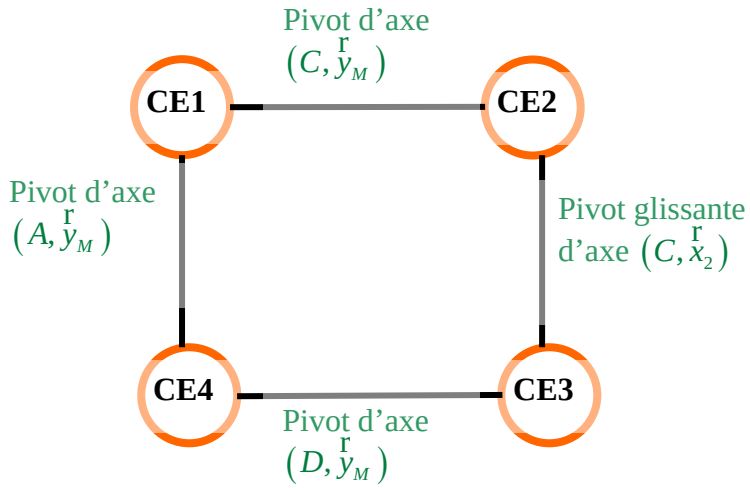
On a alors la mise en parallèle de cette linéaire rectiligne (pour l'avant) $\left\{\begin{matrix}0 & v_x\\ \omega_y & v_y\\ \omega_z & 0\end{matrix}\right\}$ avec la même liaison équivalente à l'arrière $\left\{\begin{matrix}\omega_x & v_x\\ \omega_y & v_y\\ \omega_z & 0\end{matrix}\right\}$, ce qui donne une appui plan $\left\{\begin{matrix}0 & v_x\\ 0 & v_y\\ \omega_z & 0\end{matrix}\right\}$ (2 lignes droite parallèle froment un plan, donc deux linéaire rectiligne parallèle en parallèle donne une liaison équivalente de type plan-plan), **bloquant les mouvements recherchés**

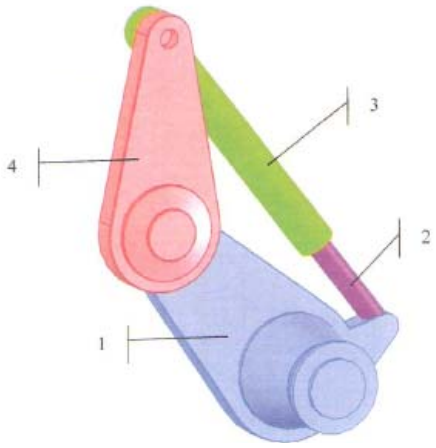
Question 3 : Mobilité de la chaîne cinématique CE1 à CE4

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

Traçons déjà cette chaîne cinématique :





On a clairement une mobilité utile (la translation du vérin) et aucune mobilité interne.
Soit $m = 1$

Un seul paramètre suffit donc à décrire la position de tous les éléments de cette chaîne cinématique

Question 4 : Hyperstatisme de cette chaîne (modélisation spatiale)

Hyperstatisme :

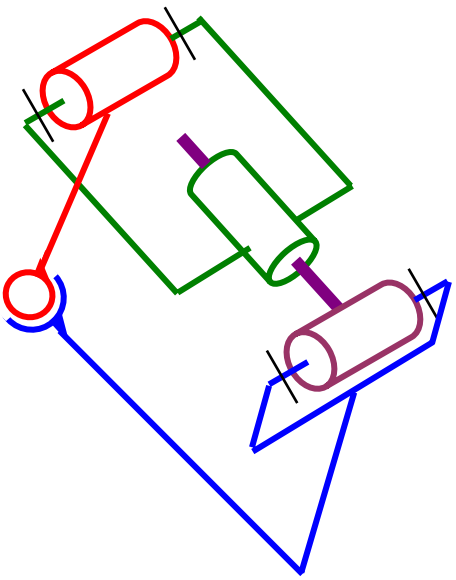
- Dans le cas d'une modélisation spatiale, la relation entre mobilité et hyperstatisme s'écrit : $h = m + 6\gamma - N_C$
- La structure cinématique a un seul cycle.

On a donc : $h = m + 6\gamma - N_C = 1 + 6.1 - \left(\underbrace{1+1+1}_{\text{3 pivots}} + \underbrace{2}_{\text{1 pivot glissante}} \right)$, soit un hyperstatisme de

$h = 2$

Rendons ce système ISOSTATIQUE :

Modifions une pivot en sphérique, sans faire apparaître de mobilité interne de façon à augmenter N_C de 2 sans changer la mobilité totale et ainsi réduire l'hyperstatisme de 2.
Il faut pour cela ne pas placer la liaison sphérique à une extrémité du vérin car dans ce cas on fait apparaître une mobilité interne en rotation de la tige ou du corps autour de l'axe du vérin.



On obtient donc le schéma cinématique suivant :

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

Question 5 : Hyperstatisme de cette chaîne (modélisation plane)

- Dans le cas d'une modélisation plane, la relation entre mobilité et hyperstatisme s'écrit : $h = m + 3\gamma - N_C$
- La liaison pivot glissante « devient » une glissière, donc on « passe » de 2ddl à 1ddl.
- La structure cinématique ne change pas, on a toujours un seul cycle.

On a donc : $h = m + 3\gamma - N_C = 1 + 3.1 - \left(\underbrace{1+1+1}_{\text{3 pivots}} + \underbrace{1}_{\text{1 glissière}} \right)$, soit un hyperstatisme de

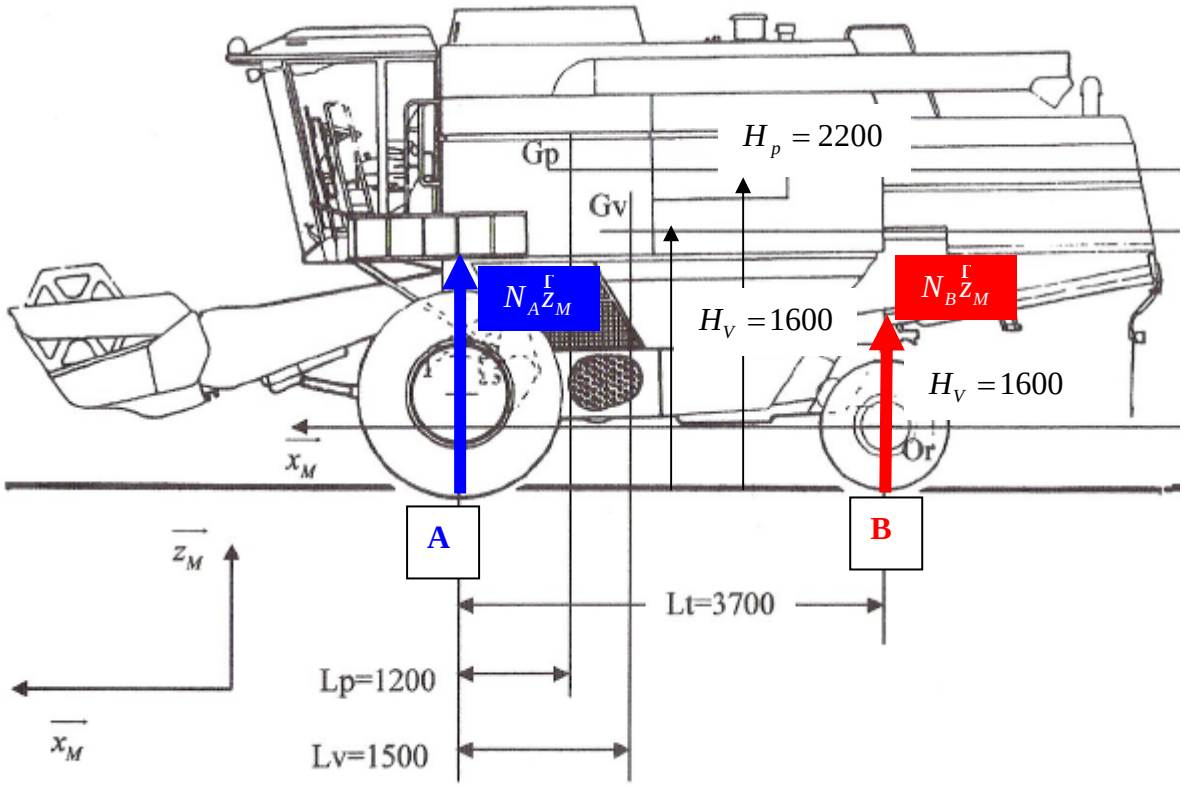
$h = 0$, c'est-à-dire un système **isostatique**

Conclusion :

L'étude statique est donc possible

Question 6 : Repartition des masses sur chacune des roues de la moissonneuse batteuse (configuration : sur plan horizontal + trémie pleine)

Le centre de gravité, malgré la goulotte étant supposé dans le plan de symétrie $(O_r, \vec{x}_M, \vec{z}_M)$, on raisonne avec la projection plane dans ce plan de symétrie sur laquelle on a regroupé toutes les informations de position.



Le véhicule étant considéré plein, on raisonne à partir d'une masse $M_P = 20,6$ tonnes située en G_P
On paramètre le problème de statique avec les réactions sur les roues avant (en A) ,noté N_A, et sur les roues arrières, notés N_B, comme sur la figure ci-dessus. Reste à déterminer N_A et N_B, à les

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

diviser par deux (deux roues par essieux) pour obtenir la répartition des masses sur chacunes des roues.

☺ Théorème du moment statique appliqué à l'ensemble de la moissonneuse – batteuse en A projeté sur $\vec{y}_M$:

$\left[\cancel{\overrightarrow{AA}}^{\vec{0}} \wedge N_A\vec{z}_M + \overrightarrow{AB} \wedge N_B\vec{z}_M + \overrightarrow{AG_P} \wedge \left(-M_P g\vec{z}_M\right)\right].\vec{y}_M = 0$, soit, par permutation circulaire dans les deux produits mixte :

$N_B\left(\vec{z}_M \wedge \vec{y}_M\right).\overrightarrow{AB} - M_P g\left(\vec{z}_M \wedge \vec{y}_M\right).\overrightarrow{AG_P} = 0$, d'où l'équation scalaire :

$-N_B \underbrace{\vec{x}_M.\overrightarrow{AB}}_{-L_T} + M_P g \underbrace{\vec{x}_M.\overrightarrow{AG_P}}_{-L_P} = 0 \Rightarrow N_B L_T - M_P g L_P = 0$, d'où la charge sur l'essieu arrière :

$N_B = M_P g\dfrac{L_P}{L_T}$. D'où la **charge sur une roue arrière** : $\boxed{N_{\text{roue arrière}} = M_P g\dfrac{L_P}{2L_T}}$

Soit en application numérique $\dfrac{L_P}{L_T} = \dfrac{1200}{3700} = 32,4\ \%$ sur l'essieu arrière

☺ Théorème du moment statique appliqué à l'ensemble de la moissonneuse – batteuse en B projeté sur $\vec{y}_M$:

$\left[\overrightarrow{BA} \wedge N_A\vec{z}_M + \cancel{\overrightarrow{BB}}^{\vec{0}} \wedge N_B\vec{z}_M + \overrightarrow{BG_P} \wedge \left(-M_P g\vec{z}_M\right)\right].\vec{y}_M = 0$, soit, par permutation circulaire dans les deux produits mixte :

$N_A\left(\vec{z}_M \wedge \vec{y}_M\right).\overrightarrow{BA} - M_P g\left(\vec{z}_M \wedge \vec{y}_M\right).\overrightarrow{BG_P} = 0$, d'où l'équation scalaire :

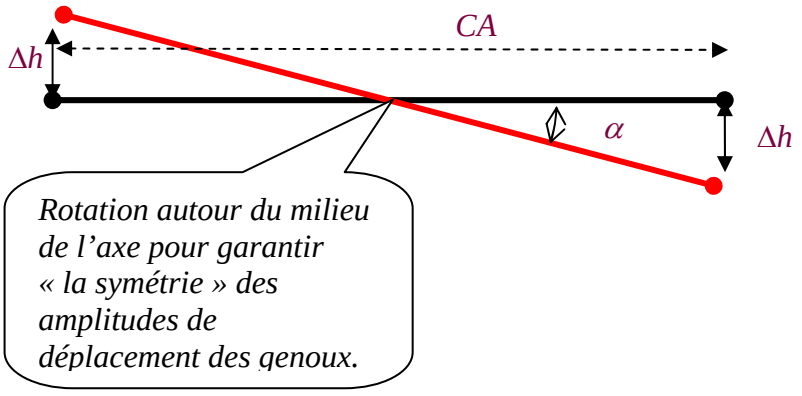
$-N_A \underbrace{\vec{x}_M.\overrightarrow{BA}}_{L_T} + M_P g \underbrace{\vec{x}_M.\overrightarrow{BG_P}}_{L_T - L_P} = 0 \Rightarrow -N_A L_T + M_P g\left(L_T - L_P\right) = 0$, d'où la charge sur l'essieu avant :

$N_A = M_P g\dfrac{L_T - L_P}{L_T}$. D'où la **charge sur une roue avant** : $\boxed{N_{\text{roue avant}} = M_P g\dfrac{L_T - L_P}{2L_T}}$

Soit en application numérique $\dfrac{L_T - L_P}{L_T} = \dfrac{2500}{3700} = 67,6\ \%$ sur l'essieu avant

Question 7 : Course nécessaire sur chaque genou pour garantir l'horizontalité tranversale (devers) jusqu'à 10°

Effectuons un schéma représentant la position de l'axe des roues dans le cas d'un devers nul et dans celui d'un devers α :



 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

On a donc $\tan\alpha = \frac{2\Delta h}{CA}$

En assimilant la tangente à l'angle (modèle des petits angles possibles jusqu'à 10°, ce qui est bien notre cas), on obtient :

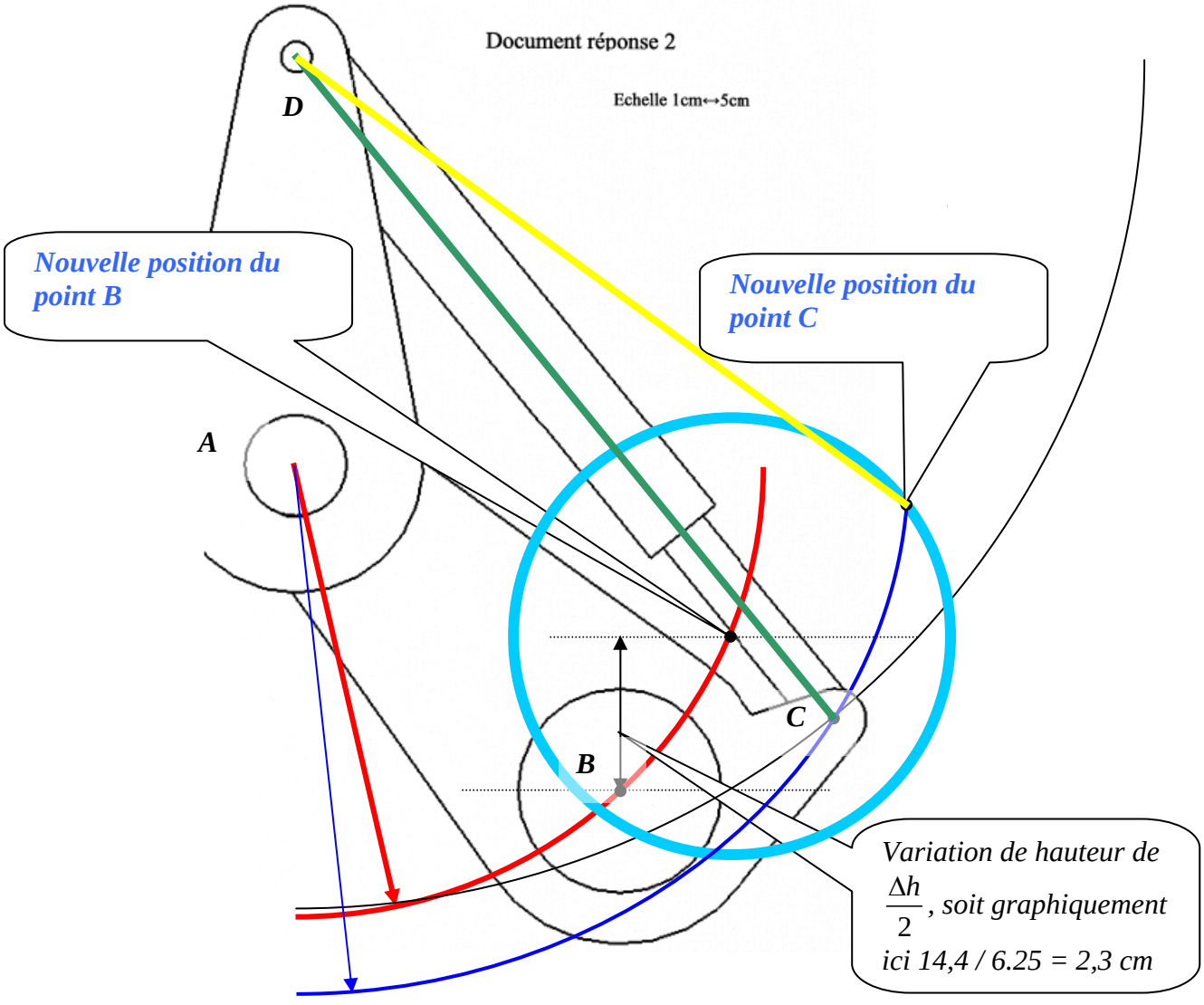
$$\Delta h = CA\frac{\alpha}{2}$$

Soit en application numérique : de l'ordre de $\Delta h = 3300\frac{10\pi}{360}$: 288 mm pour les devers maximum, soit 10°

Question 8 : Détermination graphique de la course du vérin

On suppose, d'après l'énoncé, que la position représentée correspond exactement à la position médiane de la course Δh à obtenir

ATTENTION, l'échelle est différente de celle du document réponse pour des raisons de mise en forme (80%), soit 1cm pour 6,25cm



 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

Pour avoir la course du vérin, il faut déterminer la nouvelle longueur DC pour faire « monter » le point B de la quantité $\frac{\Delta h}{2}$.

La construction ci-dessus est donc la suivante :

Le nouveau point B est situé à l'intersection

- ☺ de la droite horizontale parallèle à celle passant par B, mais translatée de $\frac{\Delta h}{2}$ vers le haut
- ☺ du cercle de centre A de rayon AB

Le nouveau point C est situé à l'intersection :

- ☺ Du cercle de centre le nouveau point B de rayon BC
- ☺ Du cercle de centre A, de rayon AC

Reste à comparer les deux longueurs de DC (l'ancienne : segment vert et la nouvelle : segment jaune) pour avoir la moitié de la course !!!
Graphiquement, on mesure 11,08-12,52 = -1,44 cm (le vérin est donc rentré de $1,44 \times 6,25 = 9$ cm pour effectuer la moitié de la translation.

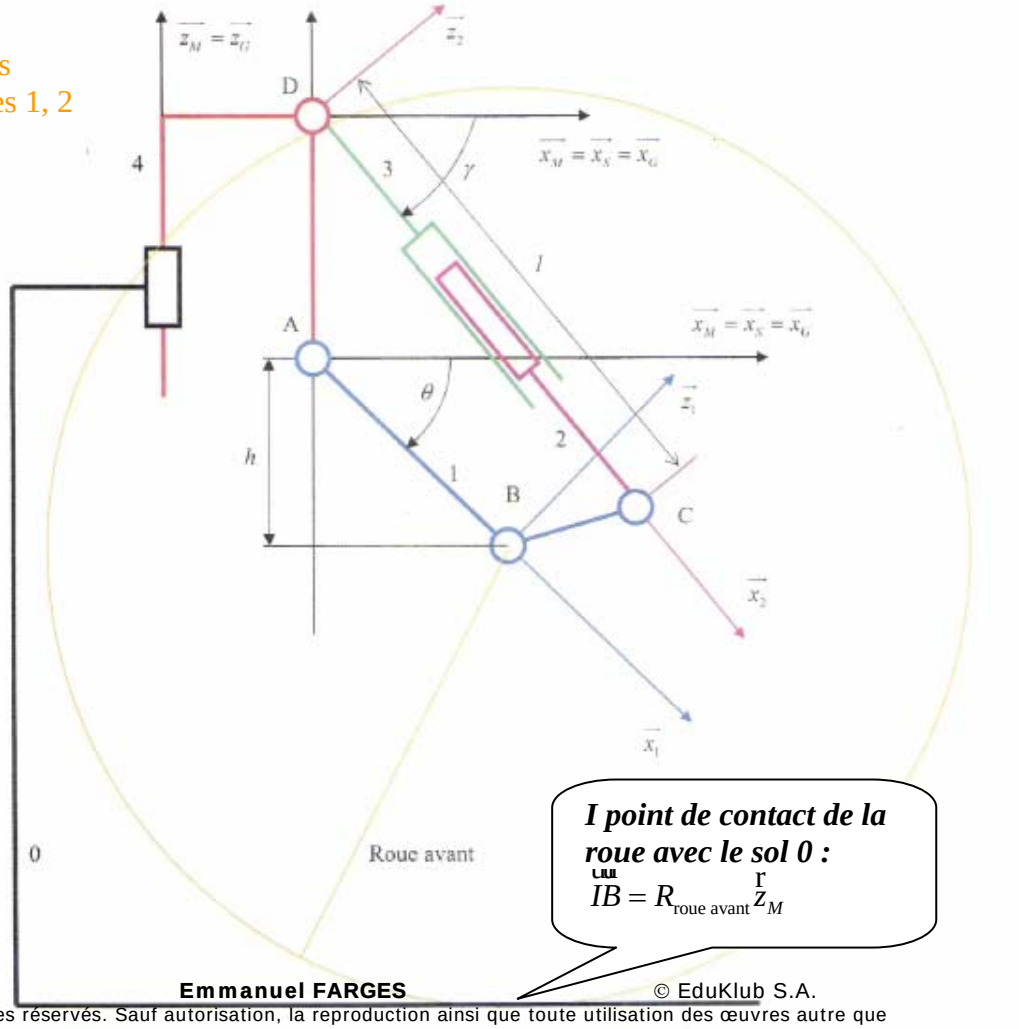
Soit une course totale de 18 cm

Question 9 : Equation différentielle entre h et l

Hypothèses

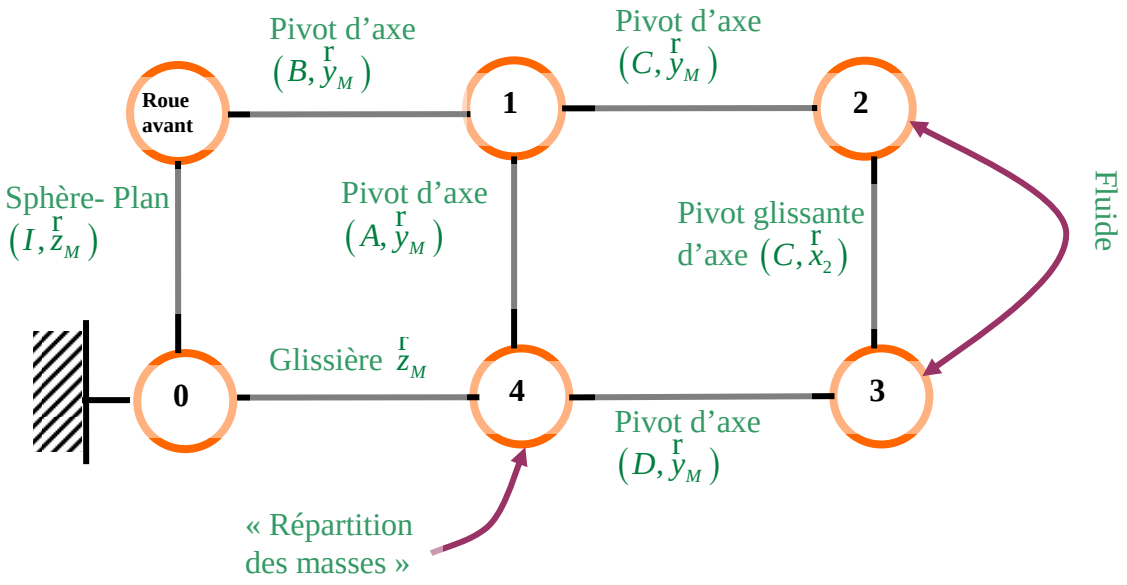
- ☺ Liaisons parfaites
- ☺ Masses des pièces 1, 2 et 3 négligées

Traçons le graphe des liaisons renseigné des efforts extérieur :



© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.



Pour avoir l'équation demandée, l'écriture de principe fondamental de la dynamique n'est pas judicieuse car on va avoir du mal à faire apparaître des termes en dérivées de l, sachant que les masses des éléments du vérins sont négligeables (seules données capables de faire intervenir les dérivées de l)
Il faut donc appliquer le théorème de l'énergie puissance ou théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble du mécanisme ($(1+2+3+4+Fluide)$

Les masses de 1, 2 et 3 étant négligées, la seule énergie cinétique est celle de 4 :
Le solide 4 étant en translation, on peut calculer la vitesse de n'importe quel point du solide 4 pour avoir l'énergie cinétique :

$$\vec{V}_{A,4/0} = \frac{d\left(\overrightarrow{IA}.\vec{z}_M\right)}{dt}.\vec{z}_M = \dot{h}\vec{z}_M$$

D'où : $T(4/0) = \frac{1}{2}M_4\left(\vec{V}_{A,4/0}\right)^2 = \frac{1}{2}M_4\dot{h}^2$, en notant $M_4 = M_P\frac{L_T - L_P}{2L_T}$, la masse repartie sur une roue avant (calcul effectuée à la question 6 en ne confondant pas masse et appui (force))
Le théorème de l'énergie puissance s'écrit :

$$\frac{dT(4/0)}{dt} = P_{ext} + P_{\text{int}}$$

Les puissances extérieures se résument à celle de la pesanteur : $P_{ext} = -M_4 g\vec{z}_M.\vec{V} = -M_4 g\dot{h}$
Les puissances intérieures se résument à celle des forces de pression dans le vérin: $P_{\text{int}} = F_{vérin}\dot{l}$

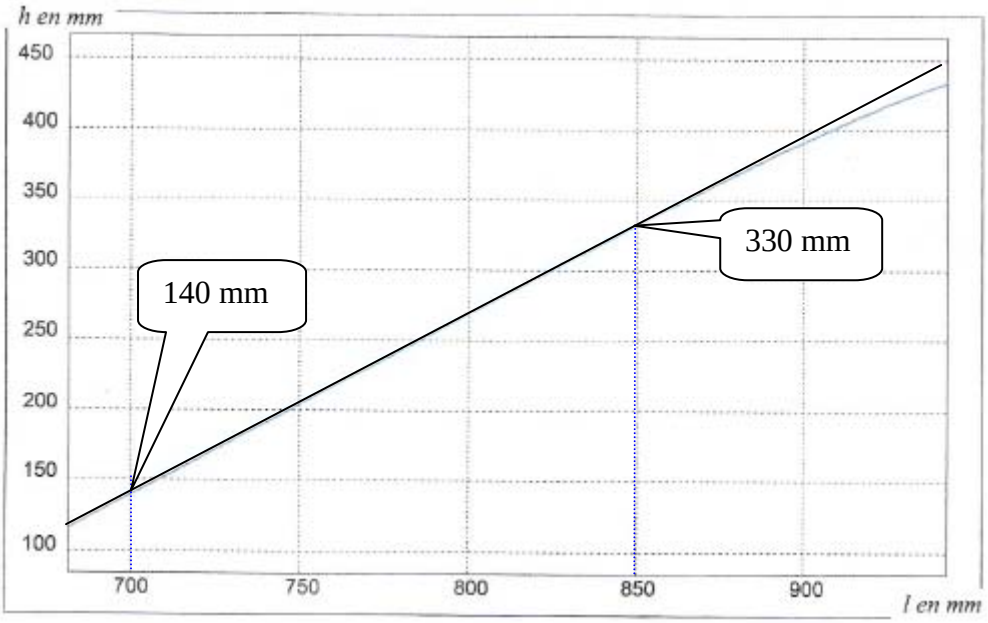
Comme $\begin{cases}\dot{l} = \left(\dot{l}_0 + \dot{l}_a\right) = \dot{l}_a \\ \dot{h} = \left(\dot{h}_0 + \dot{h}_a\right) = \dot{h}_a\end{cases}$

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit finalement : $M_4\dot{h}_a\ddot{h}_a = -M_4 g\dot{h}_a + \left(F_0 + F_a\right)\dot{l}_a$

Question 10 : Fonction de transfert $\frac{H_a(p)}{F_a(p)}$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.



En assimilant cette courbe à une droite, on obtient une relation linéaire entre h et l, c'est-à-dire une relation de proportionnalité entre $\dot{h}=\dot{h}_a$ et $\dot{l}=\dot{l}_a$.

La linéarisation de cette courbe donne : $h=\dfrac{330-140}{850-700}l+k$. Pour avoir la valeur de k, il suffit

de se placer en l = 700 mm par exemple et on a $140=1,27\times 700+k$, d'où

$k=-1,27\times 700+140=-747$ mm

On a donc $h=1,27\,l-747$, soit $\dot{h}_a=1,27\,\dot{l}_a$

La relation trouvée à la question 9, peur donc s'écrire :

$$M_4\dot{h}_a\ddot{h}_a=-M_4g\dot{h}_a+(F_0+F_a)\dot{l}_a=-M_4g\dot{h}_a+(F_0+F_a)\frac{\dot{h}_a}{1,27}$$

ce qui peut se simplifier en $M_4\dot{h}_a\ddot{h}_a=-M_4g\dot{h}_a+(F_0+F_a)\dfrac{\dot{h}_a}{1,27}$.

Dans la position de référence :

Appliquons les équations de la statique dans la position de référence :

- L'ensemble (2+3+Fluide) étant soumis à deux Forces, celles-ci doivent être opposées alignées, c'est-à-dire de direction $\overrightarrow{DC}$. On peut donc poser $\{T_{1\to 2}\}=\left\{\begin{matrix}-F_{12}\vec{x}_2\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_C$
- Le solide 2 étant soumis à deux Forces (celle de liaison « venant » de 1 et celle des forces de pression. On en déduit donc $F_{12}=F_{vérin}=F_0$
- La roue avant est soumise elle aussi à deux forces, celles-ci doivent être opposées alignées, c'est-à-dire de direction $\overrightarrow{IB}$. De plus on a déjà déterminé la réaction du sol 0 sur les roues avant à la question 6. On peut donc poser

$$\{T_{\text{roue avant}\to 1}\}=\left\{\begin{matrix}Poids_{\text{roue avant}}\vec{z}_M\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_B=\left\{\begin{matrix}N_{\text{roue avant}}\vec{z}_M\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_B=\left\{\begin{matrix}M_4g\vec{z}_M\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_B=\left\{\begin{matrix}M_4g\vec{z}_M\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_B$$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.

- Le théorème du moment dynamique en A appliqué au solide 1, donne :
  L'action mécanique de 4sur 1 est modélisable par le torseur d'une pivot :

$$\{T_{4\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{41}} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

$$0 = \vec{y}_M \cdot \left[\underbrace{\vec{0}}_{\vec{M}_A(4\to 1)} + \underbrace{\overrightarrow{AB} \wedge M_4 g \vec{z}_M}_{\vec{M}_A(\text{roue avant}\to 1)} + \underbrace{\overrightarrow{AC} \wedge \left(F_0 \vec{x}_2\right)}_{\vec{M}_A(2\to 1)} \right]$$

$0 = \left(\overrightarrow{AB} \wedge M_4 g \vec{z}_M\right).\vec{y}_M + \left(\overrightarrow{AC} \wedge \left(F_0 \vec{x}_2\right)\right).\vec{y}_M$, soit par permutation circulaire dans les produit mixte :

$0 = M_4 g \left(\vec{z}_M \wedge \vec{y}_M\right).\overrightarrow{AB} + F_0 \left(\vec{x}_2 \wedge \vec{y}_M\right).\overrightarrow{AC}$

$$F_0 \left(\underbrace{\vec{z}_2.\overrightarrow{AC}}_{\text{vraiment pas simple, détaillé ci-après !!!}} \right) = M_4 g \left(\underbrace{\vec{x}_M.\overrightarrow{AB}}_{h_0} \right)$$

$\vec{z}_2.\overrightarrow{AC}$ = ?: Posons $\overrightarrow{AD} = d\vec{z}_M$ .alors,

$\vec{z}_2.\overrightarrow{AC} = \vec{z}_2.\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}\right) = \vec{z}_2.\overrightarrow{AD} + \cancel{\vec{z}_2.\vec{x}_2} = d\vec{z}_2.\vec{z}_M = d\cos\gamma_0$. D'où :

$F_0 d\cos\gamma_0 = -M_4 g h_0$, soit $F_0 = M_4 g \dfrac{h_0}{d\cos\gamma_0}$

- En mesurant : sur le document réponse 2 (qui représente la position médiane, qui après vérification de l'angle θ de ce document est aussi la position de référence), les quantités $d\cos\gamma_0$ et h_0 ; on trouve : $d\cos\gamma_0$: 4,71 et h_0 : 5,95 (l'échelle n'est pas pris en compte dans ces valeurs puisque l'on va en faire le rapport) . D'où

$$F_0 = M_4 g \frac{5,95}{4,71} = 1,26 M_4 g$$

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 32 pages.