ÉCOLE POLYTECHNIQUE

ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE INDUSTRIELLES

CONCOURS D'ADMISSION 2003 **FILIÈRE PC**

DEUXIÈME COMPOSITION DE PHYSIQUE

(Durée : 4 heures)

L'utilisation des calculatrices **est autorisée** pour cette épreuve.

⋆⋆⋆

Charges atmosphériques et orages

Les rayons cosmiques ionisent une partie de l'atmosphère. Les ions ainsi produits sont, avec les charges à la surface de la Terre, à l'origine du champ électrique terrestre. Ces ions ne restent pas immobiles et l'objet du problème est d'analyser quelques aspects de leur circulation.

Dans tout le problème, on supposera pour simplifier qu'il s'agit d'ions monovalents.

Dans la première partie, on aborde le problème de la distribution des ions et de leur mouvement par beau temps. Dans la deuxième partie, on effectue l'analyse de quelques processus qui contribuent à créer un champ électrique important dans les cumulo-nimbus. La troisième partie montre que les éclairs jouent un rôle essentiel dans la redistribution des charges atmosphériques.

Les réponses aux questions qualitatives doivent être formulées en deux phrases au maximum faisant ressortir clairement les arguments développés.

L'étude est locale, sur une zone de faible extension (quelques dizaines de kilomètres) ; le seul paramètre pertinent est l'altitude z par rapport à la surface de la Terre.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

Données numériques

Rayon de la Terre	$R_T = 6,4 \times 10^3$ km
Champ de pesanteur terrestre	$g = 9,8$ m $\cdot$ s^{-2}
Masse volumique de l'eau	$\rho_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3$ kg $\cdot$ m^{-3}
Mobilité des ions au niveau du sol	$k_0 = 1,5 \times 10^{-4}$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}
Champ magnétique terrestre	$\|\vec{B}_T\| = 1 \times 10^{-5}$ T
Masse molaire de l'air	$M = 29 \times 10^{-3}$ kg $\cdot$ mol^{-1}
Constante d'Avogadro	$N_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31$ J $\cdot$ K$^{-1} \cdot$ mol^{-1}
Rapport C_P/C_V pour l'air	$\gamma = 1,40$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38 \times 10^{-23}$J $\cdot$ K^{-1}
Charge élémentaire	$e = 1,60 \times 10^{-19}$ C
Permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ F $\cdot$ m^{-1}

Formulaire

En coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{\text{grad}} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$

$$\Delta V = \frac{1}{r}\frac{\partial^2(rV)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial\varphi^2}$$

Nombre de Reynolds : $R_e = \dfrac{\rho v d}{\eta}$, v et d désignant respectivement une vitesse et une dimension caractéristique de l'écoulement, ρ et η respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide.

I. Distribution et circulation des ions par beau temps

L'atmosphère est supposée homogène horizontalement et on s'intéresse à sa couche basse d'altitude inférieure à 15 km. En plus du champ magnétique terrestre, il y règne un champ électrique vertical, orienté par beau temps vers le sol : $\vec{E}(\vec{r}) = E(z)\vec{e}_z$ avec $E(z) < 0$.

1. Mobilité des ions

On étudie dans cette question le mouvement d'un cation, de charge e et de masse m, se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ et soumis au champ électrique terrestre $\vec{E}$, le champ magnétique terrestre et la pesanteur étant négligés. En mouvement, l'ion subit une force moyenne de type frottement visqueux, proportionnelle à la fréquence de ses chocs avec les molécules composant l'air environnant : $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$, λ constante.

a) En supposant que la composition de l'air est indépendante de l'altitude, expliquer pourquoi λ est proportionnel à la masse volumique de l'air $\rho(\vec{r})$.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

b) Donner l'équation du mouvement de l'ion.

c) Donner l'expression de $\vec{v}(t)$ pour un ion initialement immobile en supposant le champ électrique $\vec{E}$ constant et localement uniforme.

d) Montrer qu'il existe une vitesse limite $\vec{v}_l$ pour le cation. Quel est le temps caractéristique τ d'évolution de sa vitesse ? Comment sont modifiés ces résultats pour un anion de charge $-e$ mais de même masse m ?

e) Pour une valeur du champ électrique E de $-15\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ et en prenant pour m la masse moyenne d'une molécule de l'air, calculer numériquement $|\vec{v}_l|$ et τ avec $\lambda = 5\times10^{-16}\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Est-il légitime dans ces conditions de négliger l'influence du champ magnétique terrestre ? même question pour la force de pesanteur ? Calculer la distance caractéristique $|\vec{v}_l|\tau$; justifier le caractère local de la relation entre $\vec{E}$ et $\vec{v}_l$.

f) La mobilité k des cations est définie par $\vec{v}_l = k\vec{E}$ et celle des anions par $\vec{v}_l = -k\vec{E}$. Déterminer k en fonction de λ et e. L'évaluer numériquement.

2. Densité des ions

Soient $n_+(z)$ et $n_-(z)$ les densités (nombre par unité de volume) respectivement des cations et des anions. Ces ions sont créés dans l'atmosphère par les rayons cosmiques avec un taux d'ionisation (nombre de paires d'ions créés par unité de volume et de temps) q uniforme. On suppose qu'ils se recombinent par paires avec un taux donné par $-\alpha n_+ n_-$, α constante. On suppose aussi qu'ils sont animés de leur vitesse limite $\vec{v}_l$.

a) Montrer que la densité de cations obéit à l'équation : $\dfrac{\partial n_+}{\partial t} + \dfrac{\partial (n_+ kE)}{\partial z} = q - \alpha n_+ n_-$. À quelle équation obéit la densité d'anions ?

b) Cations et anions étant formés et se recombinant par paires, on suppose que $n_+(z) = n_-(z) = n(z)$. Quelle est avec cette hypothèse l'équation d'évolution temporelle de $n(z)$? Montrer que nkE ne dépend pas de z.

c) On suppose le régime stationnaire atteint avec pour n la valeur n_0. Donner alors l'expression de n_0 en fonction de α et q. Les mesures montrent que n_0 ne dépend pratiquement pas de l'altitude ; est-ce cohérent avec le résultat obtenu ? Montrer alors que $E(z)$ est proportionnel à $\rho(z)$.

d) Donner une évaluation de la durée de vie moyenne τ' d'un ion à l'aide de α et q.

e) *Application numérique.* On donne $q = 10^7\ \mathrm{m}^{-3}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, $\alpha = 1,4\times10^{-12}\ \mathrm{m}^3\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Calculer n_0 ; calculer τ' et comparer sa valeur avec celle de τ obtenue en **1.e)**.

f) En prenant $E = -15\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ et pour ordre de grandeur de $|\mathrm{d}E/dz|$: $3\times10^{-3}\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-2}$, montrer qu'un ion est pratiquement soumis à un champ constant lors de sa durée de vie.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

3. Basse atmosphère

Soit $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ le champ de pesanteur supposé uniforme. On considère l'air comme un gaz parfait de masse molaire moyenne M et on suppose l'atmosphère en équilibre adiabatique pour lequel $\left(\dfrac{\rho(z)}{\rho(0)}\right)^{\gamma-1} = 1 - \dfrac{\gamma-1}{\gamma}\dfrac{g\rho(0)}{P(0)}z$, où $P(0)$ est la pression au sol.

a) Exprimer $E(z)$ en fonction de E_0, champ à proximité du sol, g, γ, M, R et de la température au sol T_0.

b) On donne $E_0 = -50\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$ et $T_0 = 293$ K. Calculer E pour les altitudes de 1000 m, 5000 m et 10 000 m. Comparer aux valeurs expérimentales de la figure 1.

c) Soit $\vec{j} = j_z\vec{e}_z$ la densité de courant électrique ; exprimer j_z en fonction de e, n, k et $E(z)$. Calculer numériquement j_z en $z = 0$.

d) On cherche à justifier l'hypothèse $n_+(z) = n_-(z)$. Exprimer $n_+ - n_-$ en fonction de $\mathrm{d}E/dz$. Donner une évaluation numérique de $n_+ - n_-$ et conclure quant à la validité de l'hypothèse.

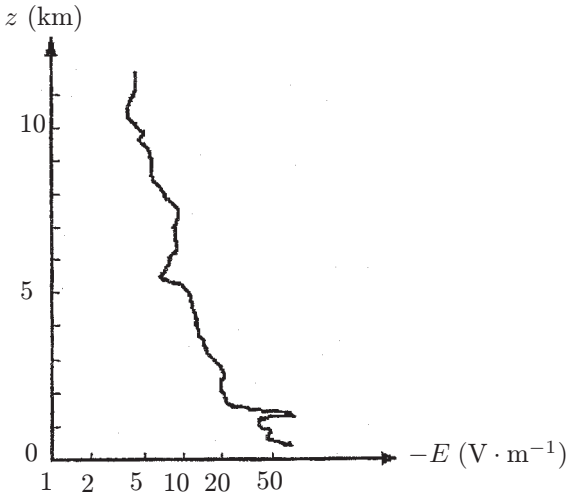

Figure 1.

II. Formation de champs électriques au sein d'un nuage

L'objectif est de montrer que la distribution des charges à l'intérieur d'un nuage est très différente de celle étudiée dans la première partie. La seule variable d'espace pertinente est toujours l'altitude z.

1. Chute d'une goutte d'eau dans l'air

La goutte sphérique, de rayon R_g, est soumise à la pesanteur et au frottement de l'air. L'air est supposé immobile, de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η. En régime laminaire, la force de traînée sur une goutte de vitesse $\vec{v}_g$ est donnée par la formule de Stokes $\vec{F}_v = -6\pi\eta R_g\vec{v}_g$; en régime turbulent, elle est donnée par $\vec{F}_i = -C_d(\pi R_g^2)\,(\frac{1}{2}\rho v_g^2)\,(\vec{v}_g/v_g)$ avec $C_d = 0,45$ pour une sphère.

a) Pour chacun de ces deux régimes, donner l'expression de la vitesse limite de la goutte.

b) Calculer numériquement les vitesses correspondantes pour $R_g = 10\mu$m et pour $R_g = 1$ mm. On donne $\rho \cong 1\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ et $\eta = 1,8 \times 10^{-5}\ \mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$.

c) Pour chacune de ces valeurs de R_g, préciser en justifiant votre réponse quel est le régime adapté ; en déduire la valeur effective de $\vec{v}_g$ pour ces deux tailles de goutte.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

2. Déplétion en ions

Dans un nuage, les gouttes d'eau absorbent les ions qu'elles rencontrent et on désire évaluer le temps caractéristique d'évolution de la densité d'ions. Pour cela on utilise une approximation quasi-stationnaire.

Les gouttes sont assimilées à des conducteurs sphériques parfaits, toutes de rayon R_g. À ce premier stade d'évolution du nuage, R_g est suffisamment faible pour pouvoir négliger la vitesse de chute. On désigne par D le coefficient de diffusion des ions dans l'air ; on le suppose indépendant des ions ; on prendra pour les évaluations numériques $D = 10^{-5}$ $\mathrm{m^2 s^{-1}}$.

a) Rappeler la loi de Fick reliant la densité de courant de diffusion au gradient de la densité de particules diffusantes.

b) On considère une goutte unique ; on suppose négligeable la convection des ions due au champ électrique ; de plus la neutralité électrique locale, $n = n_+ = n_-$, permet de ne pas tenir compte des charges des ions, et de considérer que la goutte, recevant autant de cations que d'anions, garde une charge totale nulle. Écrire l'équation aux dérivées partielles que doit satisfaire n en ne tenant compte que du courant de diffusion. En tenant compte de la symétrie sphérique du processus, résoudre cette équation en régime stationnaire, avec comme conditions aux limites $n = 0$ à la surface de la goutte et $n = n_0$ à grande distance.

c) En déduire le nombre de cations A_g absorbés par unité de temps par la goutte en fonction de D, R_g et n_0.

d) Le nuage contient N gouttes par unité de volume ; établir en utilisant le calcul précédent l'équation d'évolution temporelle de n_0 compte tenu aussi du taux de création q (cf. **I.2**). En déduire la constante de temps d'évolution τ_D correspondante. Quelle est la valeur n_D atteinte par n_0 en régime permanent ?

e) On donne $R_g = 10\mu$m, $N = 10^8$ $\mathrm{m^{-3}}$. Calculer τ_D ; comparer au temps d'évolution d'un nuage. Calculer n_D ; comparer à la valeur stationnaire de n_0 obtenue au **I.2.e)**. Est-il légitime de ne pas tenir compte de la recombinaison par paires des ions ?

f) Calculer la densité de courant de diffusion des ions à une distance typique $2R_g$ du centre de la goutte ; la comparer à la densité du courant de convection pour un champ électrique de -15 $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Était-il légitime de négliger le courant de convection par rapport au courant de diffusion ?

3. Charges portées par les gouttes

a) On suppose dans cette question que les gouttes ne sont soumises à aucun champ électrique externe.

a1) Les gouttes absorbent de manière équivalente les anions et les cations. Mais ce processus est aléatoire et leurs charges électriques ont une distribution statistique. Quelle en est la valeur moyenne ?

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

a2) Quel est le potentiel électrique V d'une goutte de charge Q ?

a3) L'énergie électrostatique W de la goutte a pour valeur $\frac{1}{2}QV$; sa valeur moyenne est de l'ordre de k_BT. En déduire une évaluation de la valeur moyenne de $|Q|$ en fonction de ε_0, R_g et k_BT. La calculer numériquement à $T = 270$ K pour $R_g = 10\mu$m et pour $R_g = 1$ mm.

b) Répartition de la charge à la surface d'une goutte.

On étudie une goutte seule dans le champ électrique vertical $\vec{E} = E\vec{e}_z$ avec $E < 0$.

b1) Donner, en coordonnées sphériques centrées sur la goutte, l'expression du potentiel $V_E(\vec{r})$ associé au champ $\vec{E}$.

b2) Dans le cas où $Q = 0$, on suppose le potentiel V_g créé par les charges surfaciques de la goutte de la forme $V_g(\vec{r}) = r^n g(\theta)$ où n est un entier. Le potentiel est alors $V_g(\vec{r}) + V_E(\vec{r})$. En exprimant que la surface de la goutte est équipotentielle, déterminer la fonction $g(\theta)$ à l'aide de E, R_g et n. Déterminer la valeur de n.

b3) Dans le cas général où $Q \neq 0$, donner l'expression du potentiel total $V_{\text{tot}}(\vec{r})$.

b4) Exprimer le champ $\vec{E}_S$ à la surface de la goutte en fonction de la densité surfacique de charge $\sigma(\theta)$. Déterminer $\sigma(\theta)$.

b5) Pour un champ $E_z < 0$ comme c'est le cas dans l'atmosphère au moment de la formation du nuage, représenter sur un dessin la répartition surfacique de charge d'une goutte globalement neutre.

4. Amplification du champ

a) La densité d'ions est très faible à l'intérieur du nuage. Néanmoins, sous l'effet du champ électrique, les ions à l'extérieur du nuage sont toujours en mouvement vertical dans l'atmosphère et peuvent pénétrer dans le nuage, le champ au dessus et sous le nuage étant toujours orienté vers le sol. Cela induit une accumulation de gouttes chargées négativement à la base du nuage.

On considère une goutte de la base du nuage. Elle pourra se charger jusqu'à disparition de toute charge positive à sa surface. Déterminer l'expression de sa charge maximale $|Q|_{\max}$ en fonction de E et R_g. Calculer numériquement $|Q|_{\max}$ avec $E = -100$ V m^{-1} pour $R_g = 10\mu$m et $R_g = 1$ mm. Comparer aux valeurs obtenues en **II.3.a3)**.

b) Un autre mécanisme est à l'œuvre à l'intérieur d'un nuage et contribue à charger les gouttes lorsqu'elles ont atteint une taille suffisante pour que leur chute joue un rôle important.

b1) À l'aide du dessin représentant la répartition surfacique de charge d'une goutte globalement neutre (cf. **II.3.b5)**, expliquer qu'une goutte qui tombe (suffisamment vite par rapport aux ions) va acquérir une charge d'un certain signe ; préciser ce signe. On admet que la charge finale est proche de celle obtenue en **II.4.a)**.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

b2) En déduire que E croît à l'intérieur du nuage. Cependant, lorsque $|E|$ croît, ce mécanisme devient de moins en moins efficace ; justifier pourquoi. On admet que la limite est atteinte lorsque les cations ont une vitesse voisine de celle de la goutte ; calculer le champ E_c correspondant pour $R_g = 1$ mm.

b3) Indiquer qualitativement la distribution des charges quand l'équilibre est atteint dans le nuage. Les observations montrent que le champ électrique à l'intérieur du nuage est beaucoup plus important que le champ initial et peut atteindre plus de 10 kV/m. Sont-elles compatibles avec la valeur limite E_c obtenue ci-dessus ?

III. Décharge du nuage

1. Cellule orageuse

D'après l'étude de la deuxième partie, on peut supposer que, après un certain nombre d'heures, la base d'un nuage d'orage consiste en une « cellule » contenant des gouttes chargées négativement. On assimile cette cellule à une sphère de rayon $R = 1$ km, uniformément chargée en volume et dont la partie la plus basse est à une distance $d = 1$ km du sol.

a) On suppose que la cellule contient une masse totale d'eau $M_C = 10^7$ kg et que les gouttes ont un rayon $R_g = 1$ mm. Calculer le nombre de gouttes N_C.

On suppose de plus que toutes les gouttes sont chargées à la valeur $Q_{\max}$ (cf. **II.4.a)**) correspondant à un champ électrique de 10 $\mathrm{kV \cdot m^{-1}}$ à l'intérieur du nuage. Quelle est la charge totale Q_t de la cellule ?

b) Quel est le potentiel V_C à la surface d'une sphère uniformément chargée, de charge totale Q_t et de rayon R_C, ce potentiel étant pris nul à l'infini ? Le calculer numériquement pour $R_C = 1$ km.

c) On considère nul le potentiel de la Terre ; donner une évaluation du champ électrique E moyen entre la base du nuage et la Terre. Préciser le sens de ce champ ; le comparer à celui qui existe par beau temps (cf. partie **I**). Le champ est-il plus fort à proximité du nuage ou du sol ?

2. Coup de foudre

Dans de l'air sec à la pression atmosphérique, l'application d'un champ électrique de l'ordre de 3×10^6 $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ (30 kV par cm) produit une ionisation qui se propage par un processus d'avalanches électroniques (les électrons arrachés sont accélérés, et par collisions arrachent des électrons à d'autres molécules avec un coefficient multiplicateur) ; c'est le « champ de rupture ». Pour de l'air humide, contenant de plus des ions résiduels, la valeur de ce champ est notablement réduite. De plus des inhomogénéités ou des géométries particulières qui renforcent localement le champ électrique permettent à celui-ci d'atteindre plus aisément la valeur de rupture ; l'ionisation, une fois amorcée, se propage en formant un canal ionisé, appelé « traceur » ; un champ ambiant de l'ordre de 50 $\mathrm{kV \cdot m^{-1}}$ peut suffire pour que ce processus se développe.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

En général, durant la décharge, les observations suivantes peuvent être faites :

– la décharge part du nuage et descend vers le sol, l'intensité du courant est d'environ 1 kA.
– lorsque la décharge arrive à proximité du sol (quelques dizaines de mètres), une ionisation part du sol (« arc en retour ») et la rejoint ; l'intensité du courant transporté lors de cette seconde phase est importante.

a) Les valeurs numériques obtenues en **III.1.** sont-elles compatibles avec la formation d'un coup de foudre ?

b) La durée du phénomène est de l'ordre de 100μs ; déduire de ces valeurs l'ordre de grandeur de l'intensité moyenne du courant électrique correspondant.

Un millier de coups de foudre atteignent le sol chaque seconde dans le monde entier. Quelle est l'intensité totale moyenne I_0 entre la Terre et les nuages, en considérant que la charge moyenne transférée par coup de foudre est égale à Q_t ? Quel est le sens de ce courant ? Calculer la densité moyenne de courant ; comparer le sens du courant et sa densité à ceux existants par beau temps (cf. partie **I**). Que concluez-vous de cette comparaison ?

* *
*

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

Rapport de Mme Nathalie PALANQUE-DELABROUILLE et M. Laurent SCHOEFFEL, correcteurs.

Le problème propose une étude de l'électricité atmosphérique. La première partie traite de la distribution et de la circulation des ions par beau temps dans l'atmosphère. Un grand nombre d'applications numériques mettent en évidence les variables les plus pertinentes et guident les candidats dans la compréhension des phénomènes physiques décrits par l'énoncé. La deuxième partie étudie les processus conduisant à la formation de champs électriques intenses au sein d'un nuage. La dernière partie apporte alors une conclusion en montrant comment les orages rétablissent l'équilibre électrique de l'atmosphère.

La plupart des candidats ont largement abordé la première partie qui fait essentiellement appel à des notions du cours. En particulier, les deux premières questions ont toujours été traitées correctement. Seule la troisième question de cette **partie I** a troublé quelques candidats. La seconde partie, plus difficile, s'est également révélée plus sélective, essentiellement à partir de la question **II.3**. Beaucoup de copies se sont en effet arrêtées en cours de question **II.2**, à l'exception de quelques réponses partielles dans la **partie III.1**. Ce début de problème à la portée de tous explique le faible pourcentage de candidats ayant obtenu une note inférieure à 5/20 (voir ci-dessous). La **partie III** utilise ensuite des résultats dérivés à la fin de la deuxième partie, en général mal ou peu abordée. Ainsi, les questions de cette dernière partie n'ont pas pu être traitées dans leur ensemble.

La répartition des notes des 1342 candidats français est la suivante :

$0 \leq \mathrm{N} < 4$	2%
$4 \leq \mathrm{N} < 8$	24%
$8 \leq \mathrm{N} < 12$	47%
$12 \leq \mathrm{N} < 16$	23%
$16 \leq \mathrm{N} < 20$	4%

La moyenne s'établit à 10,1 et l'écart type à 3,1. Parmi ces candidats, deux ont obtenu une note potentiellement éliminatoire (note ≤ 2) et deux une note égale à 20/20.

De manière générale pour cette épreuve, la résolution des différentes questions ne requiert aucun calcul complexe. Les applications numériques sont essentielles pour une bonne compréhension du problème puisqu'elles permettent de juger de l'importance relative des divers processus étudiés et justifient les approximations proposées au cours de l'énoncé. Notons que dans une épreuve de concours, résoudre une question difficile est bien évidemment plus valorisant que de se limiter aux questions de cours. De plus, comme souligné dans les rapports des années précédentes, l'expression du raisonnement, avec clarté, précision et concision, est aussi importante que le résultat brut, fût-il juste. La notation de chaque question y accorde donc une part importante.

Nous revenons dans la suite en détail sur les différentes questions de l'épreuve, en illustrant les remarques précédentes.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

Partie I

Cette partie propose une étude de la distribution et de la circulation des ions par beau temps dans l'atmosphère. Comme indiqué précédemment, en restant très proche d'éléments du cours, elle présente peu de difficultés et les candidats ont obtenu en moyenne 57% des points pour cette partie.

1.a) La grande majorité des candidats ont bien répondu à cette question qualitative.

1.b) Question très facile.

1.c) La résolution de l'équation différentielle précédente n'a posé aucun problème.

1.d) Question toujours bien traitée.

1.e) Première question où quelques copies présentent des erreurs. Les applications numériques sont très souvent correctes mais les explications sont parfois incomplètes. En particulier, une quantité (telle la force magnétique ou la force de pesanteur) ne peut être considérée comme négligeable que devant une autre de même nature (ici la force électrique).

1.f) Question très facile.

2.a) Question de cours qui nécessite cependant une justification raisonnable de l'équation donnée dans l'énoncé.

2.b) La réponse est immédiate à partir des équations dérivées en **2.a**. Notons que certains candidats, qui n'ont pas su établir l'équation à laquelle obéit la densité d'anions, ont tiré avantageusement profit de l'énoncé en utilisant le résultat « nkE indépendant de z » afin de poursuivre le problème.

2.c) Question simple bien que quelques candidats se soient égarés dans un faux raisonnement les conduisant au résultat (faux) : E inversement proportionnel à ρ. Ceux qui en plus concluent alors à la proportionnalité entre E et ρ laissent une mauvaise impression aux correcteurs.

2.d) Par homogénéité, presque tous les candidats ont obtenu la solution : félicitations ! Seules quelques rares copies ont su proposer une démonstration bien récompensée. Nous signalons que fort peu de candidats savent qu'une équation différentielle non linéaire ne se résout pas en la somme d'une solution particulière et de la solution de l'équation homogène.

2.e) Question simple.

2.f) Les candidats ayant résolu la question **2.d** n'ont pas rencontré de difficulté. Une partie des points a été attribuée aux candidats montrant une compréhension de la question mais ne disposant pas des applications numériques.

3.a) L'utilisation de la proportionnalité entre E et ρ suffit pour obtenir l'expression

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

de $E(z)$, ce que la plupart des candidats ont su faire.

3.b) En général, les applications numériques ne posent pas de problème, permettant ainsi la comparaison au graphique. Les correcteurs ont apprécié les commentaires sur les raisons possibles du désaccord à haute altitude.

3.c) À un facteur 2 près dû à la prise en compte des deux espèces (anions et cations), la question a été correctement traitée.

3.d) Question difficile qui ne se dérive pas des précédentes, ce qui a perturbé beaucoup de candidats. Un très faible nombre de copies l'a résolue avec succès.

Partie II

Cette partie propose une étude des différents processus qui entrent en jeu lors de la formation de champs électriques au sein d'un nuage. Elle s'éloigne des calculs classiques abordés en cours et peu de résultats intermédiaires sont donnés dans l'énoncé. Il est donc nécessaire de rester vigilant et de prendre du recul pour comprendre et traiter correctement cette partie. Les candidats ont obtenu en moyenne 32% des points pour celle-ci.

1.a) Beaucoup de copies se sont lancées inutilement dans la résolution complète des équations alors que la vitesse limite se dérive directement sans calcul.

1.b) Les applications numériques sont souvent fausses du fait de la confusion entre la densité de l'air et celle de l'eau, les deux étant pourtant données dans l'énoncé. En effet, la masse de la goutte qui intervient dans les deux régimes doit être calculée à partir de la densité de l'eau alors que la force en régime turbulent, elle, dépend de la densité de l'air. Attention à mener à terme les calculs numériques, en particulier la racine carrée finale dans le calcul de la vitesse en régime turbulent qui est parfois oubliée.

1.c) Une réponse rigoureuse nécessite l'utilisation du nombre de Reynolds. À défaut, beaucoup de candidats ont simplement attribué chacun des régimes en fonction de la taille relative des gouttes et sont par chance tombés sur le bon résultat. Certains commentaires amusants sur les conséquences de gouttes tombant à 120 m/s ont également permis de sélectionner le régime adéquat.

2.a) Question de cours toujours traitée.

2.b) Question en général bien résolue (très proche du cours) mais qui ne nécessite pas les pages de calculs rencontrées dans certaines copies.

2.c) Il suffit de connaître l'expression du flux à travers une surface pour résoudre cette question. Beaucoup trop de copies n'ont pas correctement appliqué cette expression à rayon constant et ont perdu du temps dans des calculs d'intégrales.

2.d) Les candidats ayant correctement établi l'équation d'évolution temporelle de n_0 en ont sans difficulté déduit les expressions de τ_D et n_D.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.

2.e) C'est à partir de cette question que l'épreuve a posé de grandes difficultés pour la majorité des copies. Beaucoup se sont trompés dans les applications numériques demandées et seul un faible nombre de candidats a su justifier l'hypothèse de ne pas tenir compte de la recombinaison par paires des ions.

2.f) Cette question, pourtant simple, s'est révélée très sélective car les copies ont la plupart du temps proposé une comparaison entre un courant de diffusion particulaire et le courant de convection électrique (établi précédemment), oubliant de prendre en compte la charge électrique.

3.a1) Question simple mais pour laquelle de nombreuses réponses fantaisistes ont été données. Peut-être les candidats ont-ils été déroutés par la simplicité de la réponse ?

3.a2) Question de cours ne posant pas de problème à la plupart des candidats.

3.a3) Cette question simple a été généralement bien traitée. Cependant, certaines copies ont oublié de prendre la racine carrée lors de l'application numérique conduisant à une charge très inférieure à la charge de l'électron, ce qui aurait dû les alerter.

3.b1) Etablir l'expression du potentiel d'un champ électrique constant a posé de sérieuses difficultés à beaucoup de candidats. Certainement, l'utilisation des coordonnées sphériques comme indiqué dans l'énoncé y est pour une grande part. Cependant, pour cette question de cours, beaucoup trop de copies ne parviennent pas au résultat.

3.b2) Les candidats ayant résolu la question **3.b1** ont bien traité le début mais n'ont que rarement su déterminer la valeur de n. Le résultat peut être dérivé soit par le développement mathématique de l'équation de Poisson, soit en se rappelant la forme du potentiel dipolaire vu en cours. Trop de réponses fantaisistes ont été données même pour les candidats ayant invoqué le potentiel dipolaire.

3.b3) Question simple. Notons qu'à partir de cette question, les erreurs dans les formules demandées se répercutent dans toute la suite de la **partie II**. À défaut de réponses exactes, nous avons donc récompensé partiellement les démonstrations argumentées, les raisonnements par homogénéité ou les explications qualitatives, d'où l'intérêt de bien présenter les étapes intermédiaires d'un calcul.

3.b4) Cette question difficile est très importante pour la suite de l'épreuve. Seules les copies ayant auparavant dérivé correctement la valeur de n au **3.b2** sont susceptibles de donner une réponse complète. Parmi celles-ci, seules deux ont trouvé le résultat correct. Les correcteurs ont également apprécié les dérivations partielles lorsque les justifications étaient satisfaisantes.

3.b5) Une fois dérivée la dépendance en θ de la charge surfacique, cette question est immédiate. Certaines copies ont su produire cette dépendance correctement sans résoudre complètement la question précédente, leur permettant ainsi de bien représenter cette répartition de charge et d'obtenir ainsi une partie des points.

4.a) La question **4.** propose un mécanisme d'amplification du champ électrique à

Extrait gratuit de document, le document original comporte 30 pages.