CAUSALITE
Graphe Informationnel Causal (G.I.C.)
Éléments de mécanique

1. Solide en mouvement de translation

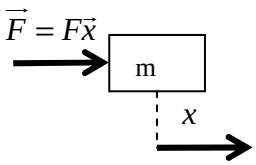
Soit un solide (S) de masse m animé d'un mouvement de translation selon sur l'axe horizontal $(O,\vec{x})$, le théorème de la résultante dynamique en projection sur l'axe horizontal $(O,\vec{x})$ donne $m\vec{\Gamma}(G\in S/R_g).\vec{x}=\sum\vec{F}(\text{ext appliquées à S}).\vec{x}$

Conclusion : **c'est une force qui crée l'accélération de la masse.**

La grandeur influente, donc **l'entrée** est **la force**. Elle CAUSE une variation de la grandeur influée, donc **la sortie** qui est cinétique : **la vitesse**.

L'équation différentielle met donc en évidence que la dérivée de la sortie : la vitesse, est fonction de la grandeur d'entrée : la force.

Ce qui donne « en langage causal » : la grandeur de sortie, la vitesse est une fonction intégrale de la grandeur d'entrée, la force.



Le processeur GIC associé est appelé ACCUMULATEUR d'énergie, en l'occurrence cinétique avec une RELATION CAUSALE (unilatérale ou orientée).

Au bilan, on a donc pour un **solide de masse m soumis à une seule force** :

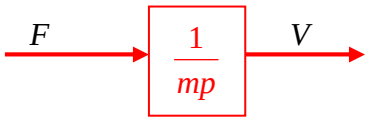
- **Grandeur d'entrée :**
  La grandeur d'entrée est potentielle (penser à la pesanteur !!!) , c'est la Force F
- **Grandeur de sortie :**
  La grandeur de sortie est cinétique, c'est la vitesse : $v=\frac{dx}{dt}$
- **Equation de comportement (équation issue du principe fondamental de la dynamique écrite avec les grandeurs d'état d'entrée et de sortie) :**
  $$m\frac{dv}{dt}=F$$
- **Relation causale : présentation de l'équation de comportement sous forme causale**
  $$v(T)=v(0)+\frac{1}{m}\int_0^T F(t)\,dt$$
- **Relation causale complexe avec des conditions initiales nulles :**

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

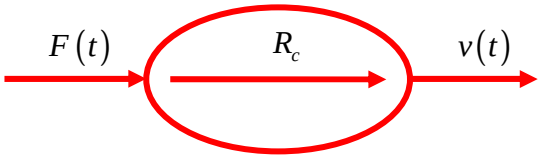
Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

$$V(p)=\frac{F(p)}{mp}$$

⇨ **Représentation sous forme de schéma bloc :**



⇨ **Représentation du processus sous forme de Graphe Informationnel Causal (GIC) :**



⇨ **Energie :**

Elle correspond à l'énergie cinétique accumulée entre les instants 0 et T :

$$E_{cinétique}=\frac{1}{2}m\left[v^2(T)-v^2(0)\right]$$

2. Solide en mouvement de Rotation autour d'un axe fixe

Soit un solide (S) de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation, $(O,\vec{x})$, le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe de rotation $(O,\vec{x})$ donne

$$J\overrightarrow{\delta_O}(S/R_g).\vec{x}=\sum\overrightarrow{M_O}(\text{ext appliquées à S}).\vec{x}$$

On rappel que le moment dynamique $\vec{\delta}_O$ est homogène à une accélération angulaire

$\ddot{\vartheta}=\dot{\omega}=\frac{d\omega}{dt}$, c'est-à-dire aussi à la dérivée d'une vitesse de rotation.

Conclusion : **c'est un moment (couple) qui crée l'accélération angulaire du solide en rotation.**

La grandeur influente, donc **l'entrée** est encore potentielle : c'est **le couple**. Elle CAUSE une variation de la grandeur influée, donc **la sortie** qui est cinétique : **la vitesse de rotation**.

L'équation différentielle met donc en évidence que la dérivée de la sortie : la vitesse de rotation, est fonction de la grandeur d'entrée : le moment ou couple.

Ce qui donne « en langage causal » : la grandeur de sortie, la vitesse de rotation est une fonction intégrale de la grandeur d'entrée, le couple ou moment.

Le processeur GIC associé est donc un ACCUMULATEUR d'énergie, en l'occurrence cinétique avec une RELATION CAUSALE (unilatérale ou orientée).

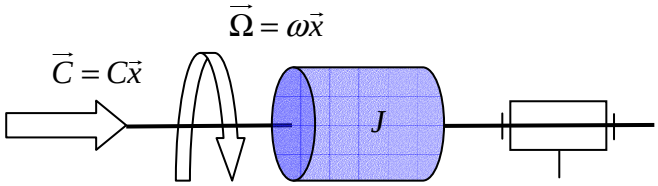
La grandeur influente, donc **l'entrée** est **la force**. Elle CAUSE une variation de la grandeur influée, donc **la sortie** qui est cinétique : **la vitesse**.

L'équation différentielle met donc en évidence que la dérivée de la sortie : la vitesse, est fonction de la grandeur d'entrée : la force.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

Au bilan, on a donc pour un **solide d'inertie J soumis à une seul Moment ou Couple** :



⇨ **Grandeur d'entrée :**
La grandeur d'entrée est potentielle (penser à la pesanteur !!!) , c'est le couple C

⇨ **Grandeur de sortie :**

La grandeur de sortie est cinétique, c'est la vitesse de rotation : $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$

⇨ **Equation de comportement (équation issue du principe fondamental de la dynamique écrite avec les grandeurs d'état d'entrée et de sortie) :**

$$J\frac{d\omega}{dt} = C$$

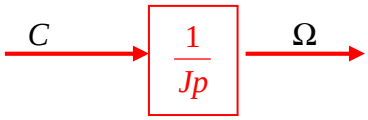
⇨ **Relation causale : présentation de l'équation de comportement sous forme causale**

$$\omega(T) = \omega(0) + \frac{1}{J}\int_0^T C(t)\,dt$$

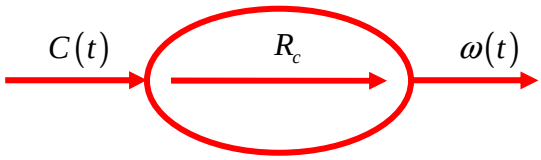
⇨ **Relation causale complexe avec des conditions initiales nulles :**

$$\Omega(p) = \frac{C(p)}{Jp}$$

⇨ **Représentation sous forme de schéma bloc :**



⇨ **Représentation du processus sous forme de Graphe Informationnel Causal (GIC) :**

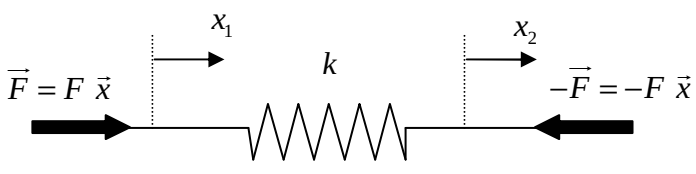


⇨ **Energie :**
Elle correspond à l'énergie cinétique accumulée entre les instants 0 et T :

$$E_{cinétique} = \frac{1}{2}J\left[\omega^2(T) - \omega^2(0)\right]$$

3. Ressort de traction compression de raideur k

Soit le ressort de traction compression de raideur k :



Emmanuel FARGES
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

Dans le cas général des deux extrémités mobiles, on a : $F = k\left(x_1 - x_2\right)$

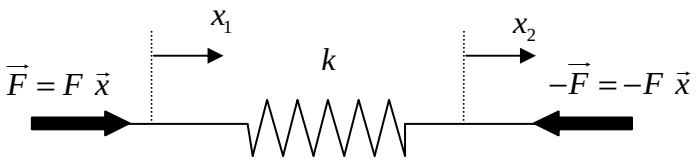
Donc, c'est une **variation de longueur** qui crée une **variation d'effort**.

La grandeur influente, donc **l'entrée**, est cinétique. Or la grandeur cinétique causale étant la vitesse, on prendra comme entrée **la vitesse**. Elle CAUSE une variation de la grandeur de **la sortie** qui est potentielle. Or la grandeur potentielle causale, étant une force, on prendra comme sortie, **la force**.

Ce qui donne sous forme causale : la grandeur de sortie, la force est une fonction intégrale de la grandeur d'entrée, la vitesse.

Le processeur associé est donc un ACCUMULATEUR d'énergie potentielle avec une RELATION CAUSALE (unilatérale ou orientée).

Au bilan, on a donc pour un **ressort de raideur k**:



⇨ **Grandeur d'entrée :**

La grandeur d'entrée est cinétique, c'est la vitesse $v = \dfrac{dx}{dt}$

⇨ **Grandeur de sortie :**

La grandeur de sortie est potentielle, c'est la force : F

⇨ **Equation de comportement :**

$F = k\left(x_1 - x_2\right)$ soit écrite avec les grandeurs d'état : $\boxed{\dfrac{dF}{dt} = k\left(v_1 - v_2\right)}$

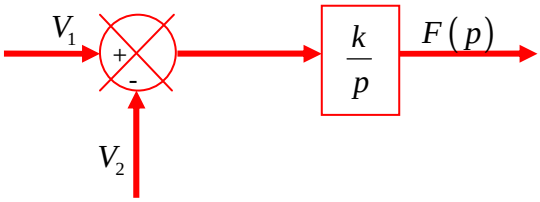
⇨ **Relation causale : présentation de l'équation de comportement sous forme causale(soit avec des intégrales) :**

$$F(T) = F(0) + k\int_0^T \left(v_1 - v_2\right) dt$$

⇨ **Relation causal en variables de Laplace avec des conditions initiales nulles :**

$$F\left(p\right) = \frac{k}{p}\left[V_1\left(p\right) - V_2\left(p\right)\right]$$

⇨ **Représentation sous forme de schéma bloc :**



⇨ **Représentation du processus sous forme de Graphe Informationnel Causal (GIC) :**

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.