RESUME DU COURS DE MATHEMATIQUES

ANALYSE

INTEGRATION

PRIMITIVES
INTEGRATION

PRIMITIVES

DEFINITION : *Soit F et f deux applications d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ non vide et non réduit à un point, dans $\mathbb{R}$. On dit que F est une primitive de f sur I, si $F' = f$.*

THEOREME : Toute fonction, définie, continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ admet une primitive sur I.

PROPOSITION : Soit f est une application continue sur I et F une primitive de f sur I. Alors toutes les primitives de f sont de la forme $G : x \longmapsto F(x) + k \ / \ k \in \mathbb{R}$.

Unicité de la primitive prenant en un point donné une valeur donnée

Soit F une primitive de f, application continue sur I. Considérons un point x_0 de I et une valeur réelle quelconque y_0. Alors il existe une unique primitive de f sur I qui prend en x_0 la valeur y_0 : c'est l'application $x \longmapsto F(x) - F(x_0) + y_0$.

Notation : La primitive de f qui s'annule en x_0 se note $x \longmapsto \displaystyle\int_{x_0}^{x} f(t)dt$.

On a donc $\forall x \in I, \quad F(x) - F(x_0) = \displaystyle\int_{x_0}^{x} f(t)dt.$

OPERATIONS

Si f et g sont deux applications continues sur un intervalle I et F et G deux primitives de f et g respectivement. Alors

- $F + G$ est une primitive de $f + g$.
- Si $\lambda \in \mathbb{R}, \quad \lambda F$ est une primitive de λf.
- Si f et g sont dérivables sur I, alors fg est une primitive de $fg' + f'g$.

 © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

• Si u est une application dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et **à valeurs dans** J ,, f est une application dérivable sur un intervalle J de $\mathbb{R}$ alors $f \circ u$ est une primitive de $f' \circ u \times u'$.

PRIMITIVES USUELLES

Tableau des différents résultats

Fonctions	Primitives
x^n où $n \in \mathbb{Z} - \{-1\}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln \lvert x \rvert + C$
$\sum_{k=0}^{k=n} a_k x^k$	$\sum_{k=0}^{k=n} a_k \frac{x^{k+1}}{k+1} + C$
e^x	$e^x + C$
x^α où $x > 0$, $\alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
a^x où $a > 0$, $a \neq 1$	$\frac{a^x}{\ln a} + C$

INTEGRALE D'UNE FONCTION CONTINUE SUR UN SEGMENT

Soit f une application continue sur un segment $[a, b], (a \leq b)$,

DEFINITION : *On appelle intégrale (ou intégrale de Riemann) de f sur $[a, b]$ le nombre réel $F(b) - F(a) = \int_a^b f(t)dt$ où F est une primitive quelconque de f sur $[a, b]$. On dira alors que f est intégrable sur $[a, b]$.*

C'est la formule fondamentale du calcul intégral.

PROPRIETES

RELATION DE CHASLES : Soit f une fonction continue sur un intervalle non vide I et non réduit à un point, et x, y, z trois éléments de I :

$$\int_x^z f(t)dt = \int_x^y f(t)dt + \int_y^z f(t)dt.$$

LINEARITE DE L'INTEGRATION

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle non vide I, λ et μ deux réels quelconques. Alors

$$\int_a^b (\lambda f(x) + \mu g(x))dx = \lambda \int_a^b f(x)dx + \mu \int_a^b g(x)dx.$$

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.