RESUME DU COURS DE MATHEMATIQUES

CONVERGENCES DES VARIABLES ALEATOIRES

CONVERGENCE EN LOI

DEFINITION : *Soit (X_n) une suite de VARD de Ω dans $\mathbb{R}$ et X une VAR de Ω dans $\mathbb{R}$. Notons F_n la fonction de répartition de X_n et F celle de X. On dit que $(X_n)_{n\in N^*}$ converge en loi vers X si :*

en tout point $x \in \mathbb{R}$ où F est continue, $\lim\limits_{n\to+\infty} F_n(x) = F(x)$.

Cas où X est une variable discrète :

Si $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $X_n(\Omega) \subset X(\Omega)$, alors (X_n) converge en loi vers X si et seulement si

$\forall x \in X(\Omega)$, $\lim\limits_{n\to+\infty} P(X_n = x) = P(X = x)$.

Convergence de la loi binomiale vers la loi de Poisson

Soit $(X_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite de VARD de Ω dans $\mathbb{N}$ telle que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p_n)$. On suppose que $\lim\limits_{n\to+\infty} np_n = p \in]0, 1[$.

Alors (X_n) converge en loi vers une VARD X de Ω dans $\mathbb{N}$ telle que $X \hookrightarrow \mathcal{P}(p)$.

Convergence de la loi l'hypergéométrique vers la loi binomiale

Soit X_N une suite de VARD qui suivent la loi $\mathcal{H}(N, n, p)$ et

$S = \{N \in \mathbb{N} \ / \ Np \in \mathbb{N}^*\}$.

$(X_N)_{N\in S}$ converge en loi vers une variable X qui suit la binomiale $B(n, p)$.

INEGALITE DE BIENAYME-TCHEBICHEFF

Soit X une variable à densité possédant une espérance m et une variance $\sigma^2 > 0$. Alors

$$\forall \varepsilon > 0, \ P(|X - m| \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}.$$

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.