# CORRECTION CENTRALE 2005
# Moyen de transport urbain SEGWAY

## Partie I. A : questions préliminaires

### Question I.A.1

- Déterminons la distance maximale que peut parcourir le Segway® entre deux recharges des batteries.

La résistance moyenne à l'avancement du véhicule pouvant être assimilée à un effort de 60 N, il va falloir dépenser 60.d Joules pour parcourir une distance de d (en mètre) si le moteur a un rendement de 100%.

Comme le moteur à un rendement de 80%, il va falloir dépenser $\frac{60.d}{0,8}$ Joules pour parcourir cette distance de d mètre.

L'autonomie des batteries (en énergie maximale stockée) étant de $E_{batterie} = 2 \text{ MJ} = 2.10^6 \text{ J}$, on a la relation suivante : $\frac{60.d}{0,8} = 2.10^6$, d'où $d = \frac{0,8.2.10^6}{60}$, soit :

$$d = 26667 \text{ m} = 26,6 \text{ Km}$$

- Justifions la pertinence de ce moyen de transport.

Pour des trajets urbains, la plupart du temps de courte distance (inférieurs à 10 Km), cette autonomie est amplement suffisante.

### Question I.A.2

- Rappelons en quelques lignes le principe de fonctionnement d'un codeur incrémental :

Le codeur incrémental est un capteur composé d'une roue solidaire du solide en rotation sur laquelle sont disposé deux rangées (sur deux rayons différents) de « traits ». Les détecteurs optiques ou magnétiques (solidaires du châssis) suivant les technologies délivrent deux signaux (carré) déphasé de 90°, ce qui permet de mesurer les données cinématiques de la roues. L'emploi des deux signaux permet d'augmenter la résolution (4 fois plus importante) et aussi de connaître le sens de rotation de la roue.

- Citer aussi un autre moyen d'acquisition d'une vitesse de rotation.

Un autre moyen de faire l'acquisition de la vitesse de rotation d'un solide est d'utiliser une génératrice tachymétrique.

### Question I.A.3


© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

**Correction Cantrale 2005**

**Moyen de transport urbain SEGWAY**

- Rappelons la grandeur physique mesurée par un gyromètre mécanique et le principe de la mesure associée :

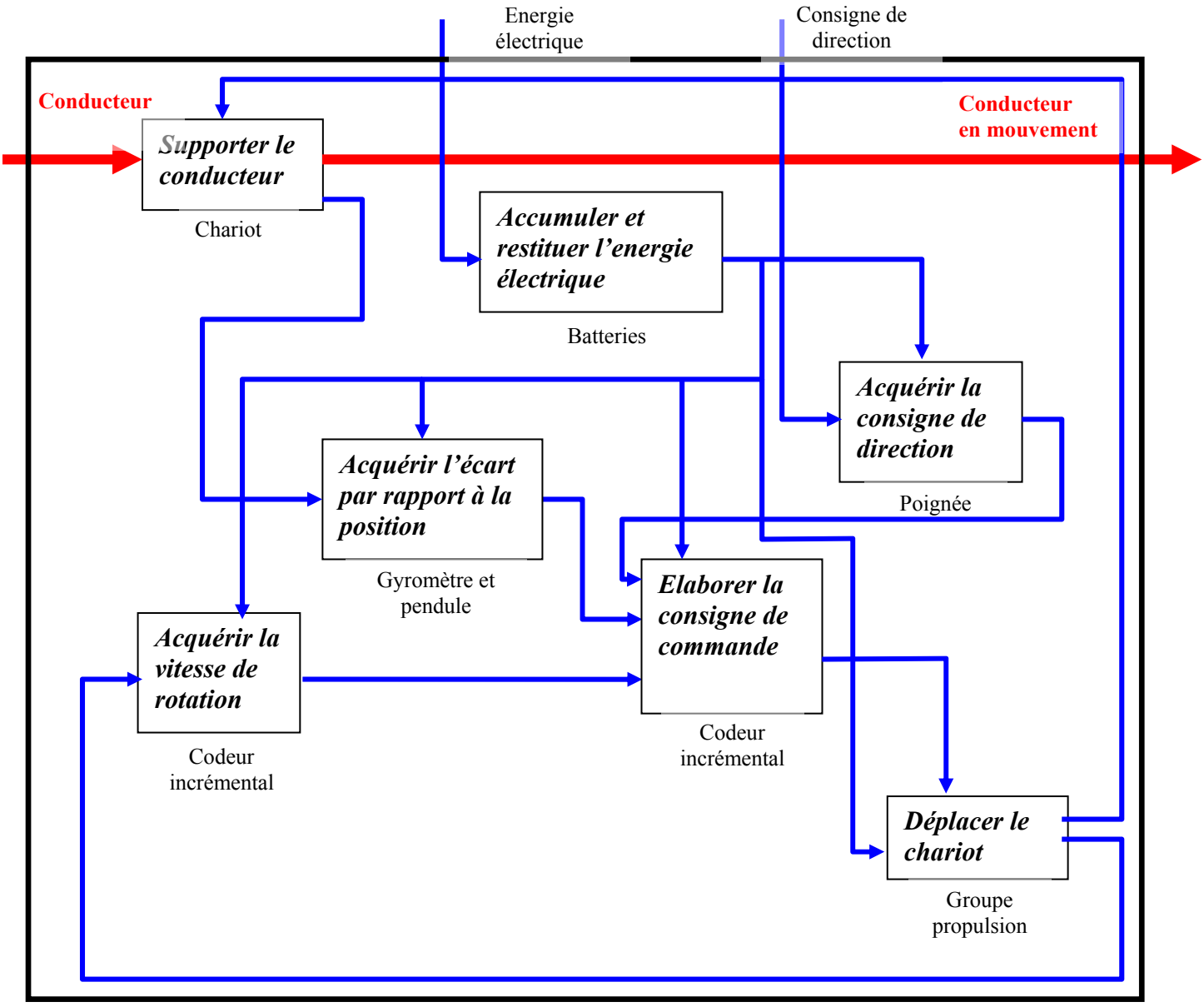
Un gyroscope subissant une rotation ou un moment extérieur, réagit par un couple dit gyroscopique qui annule ce moment extérieur.

La grandeur mesurée par un gyromètre est une vitesse de rotation.

## Partie I. B : Etude système

### Question I.B.1

- Complétons le SADT de niveau A0 proposé sur le document réponse :





**Emmanuel FARGES**
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

# Partie II. B : Etude cinématique

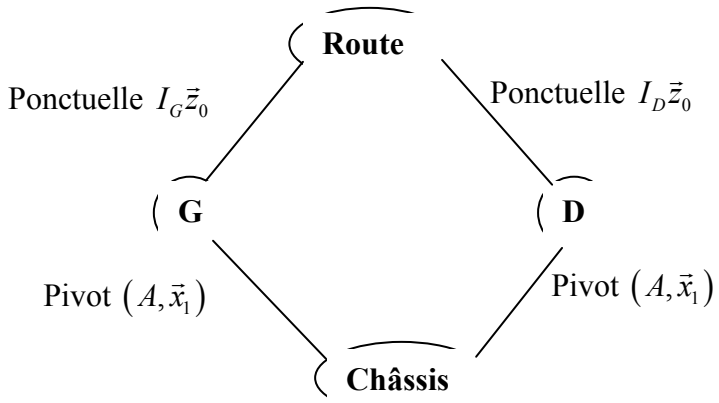
## Question II.B.1

- Proposons un graphe des liaisons du système.

En « épluchant » les différents repères (on rappel qu'un repère peut aussi être vu comme un solide indéformable) donnés dans l'énoncé : on peut noter ceci :

- $R_D(O_D, \vec{x_1}, \vec{y_D}, \vec{z_D})$ un repère lié à la roue droite, en rotation autour de $(A, \vec{x_1})$ par rapport à $R_2$ (repère lié au châssis). Donc en liaison pivot d'axe $(A, \vec{x_1})$ avec le châssis.
  $I_D$ est le point de contact de la roue droite avec la route. Donc en liaison ponctuelle de normale $I_D\vec{z}_0$ avec la route
- $R_G(O_G, \vec{x_1}, \vec{y_G}, \vec{z_G})$ un repère lié à la roue gauche, en rotation autour de $(A, \vec{x_1})$ par rapport à $R_2$ (repère lié au châssis). Donc en liaison pivot d'axe $(A, \vec{x_1})$ avec le châssis.
  $I_G$ est le point de contact de la roue gauche avec la route. Donc en liaison ponctuelle de normale $I_G\vec{z}_0$ avec la route

*On obtient donc le graphe des liaisons suivant :*




## Question II.B.2

- Terminons le schéma cinématique ébauché sur le document réponse.

Pour cela « il suffit » d'implanter correctement, c'est-à-dire en respectant la position des différents axes et points, les liaisons définies dans la question précédente, mais aussi et surtout d'inclure dans ce schéma le conducteur (repère $R_4(A, \vec{x_4}, \vec{y_3}, \vec{z_4})$ par rapport à la plateforme (châssis, repère $R_2(A, \vec{x_1}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$).

Le plus simple est de se rendre compte que pour passer de $R_2$ à $R_4$, on a deux angles, donc deux pivots :

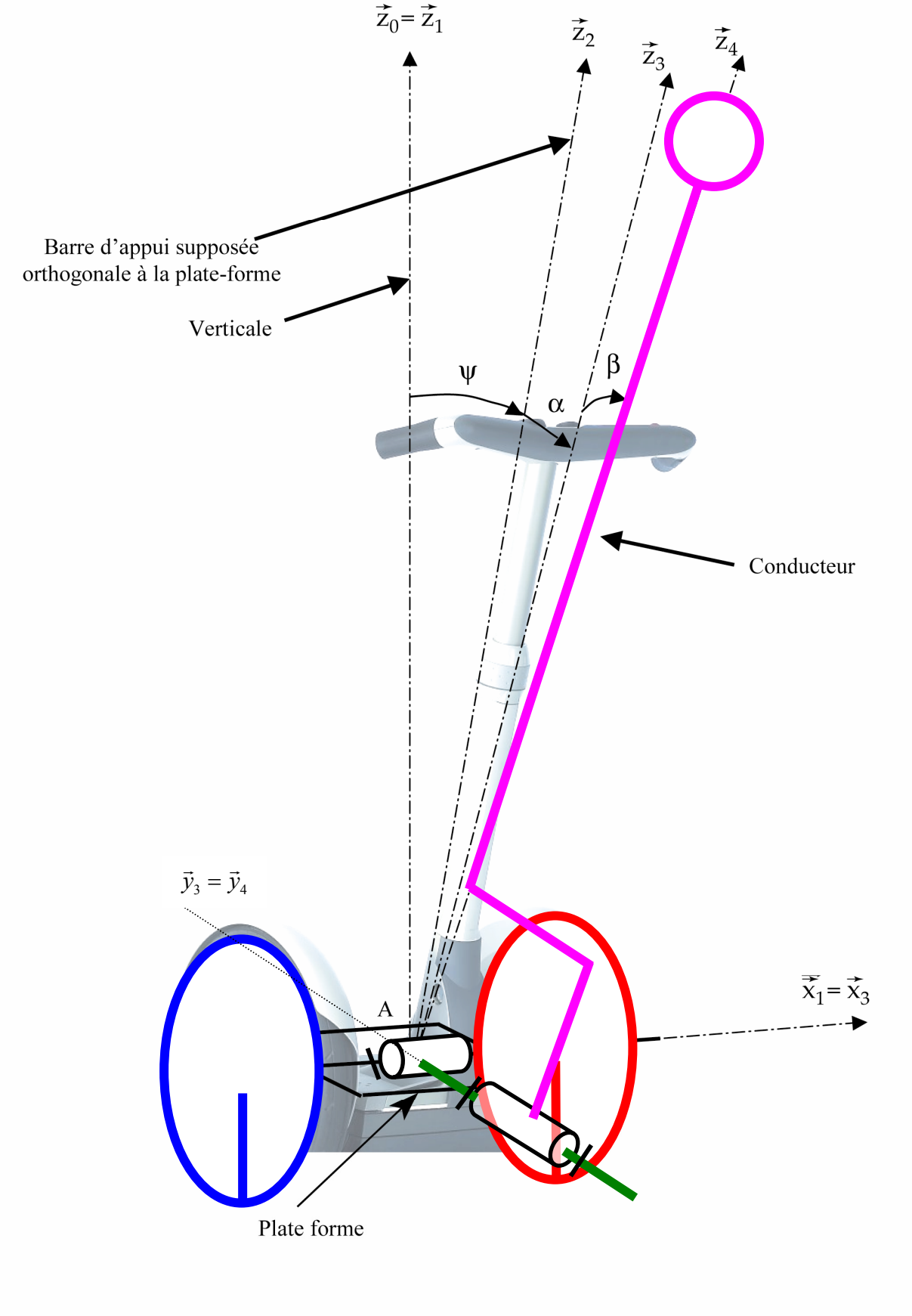
⇨ Passage de $R_2$ à $R_3$ : angle $\alpha$ autour de $(A, \vec{x_1})$, donc **pivot d'axe $(A, \vec{x_1})$**


Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

⇨ Passage de $R_3$ à $R_4$ : angle $\beta$ autour de $(A, \vec{y_3})$, donc **pivot d'axe $(A, \vec{y_3})$**

*Ce qui donne le schéma complété ci-dessous :*





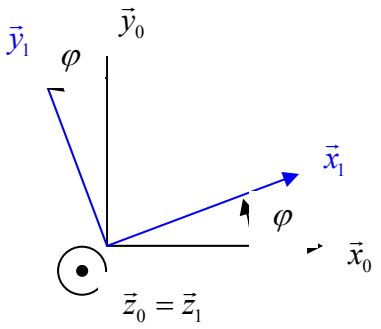
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

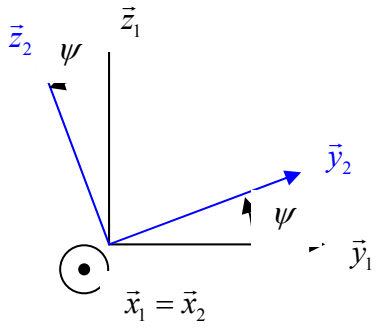
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

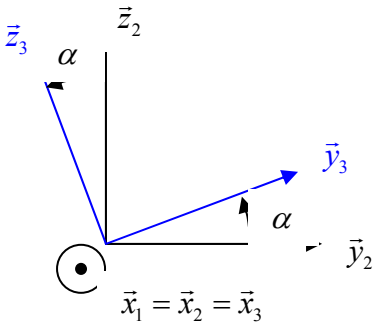
## Question II.B.3

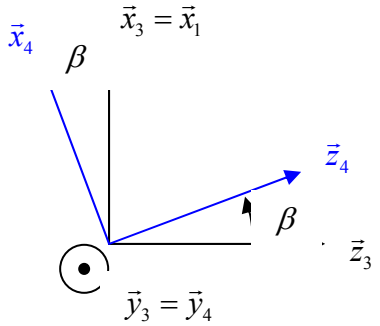
Exprimons les torseurs cinématiques suivants:

Commençons par effectuer les figures de travail de changement de base :




✎ Du châssis par rapport au sol : $\{V(2/0)\}$, en notant $\vec{V}(A \in 2/0) = U\,\vec{x}_1 + V\,\vec{y}_1$.

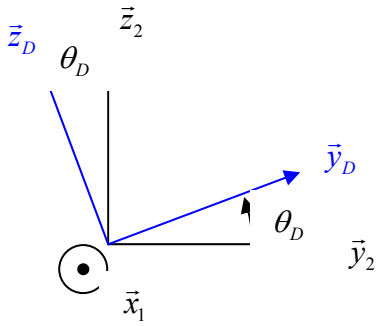
Il ne reste donc plus qu'à déterminer le vecteur vitesse de rotation du mouvement de 2/0 : De façon évidente, d'après les figures de travail tracées ci-dessus (et la loi de composition des vecteurs vitesse de rotation) : $\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\psi}\,\vec{x}_1 + \dot{\varphi}\,\vec{z}_0$.

D'où le torseur cinématique demandé :

$$\{V(2/0)\} = \begin{Bmatrix} \dot{\psi}\,\vec{x}_1 + \dot{\varphi}\,\vec{z}_0 \\ U\,\vec{x}_1 + V\,\vec{y}_1 \end{Bmatrix}_A$$

✎ De la roue droite par rapport au châssis : $\{V(D/2)\}$,

Complétons les figures de travail par celle qui nous manque :



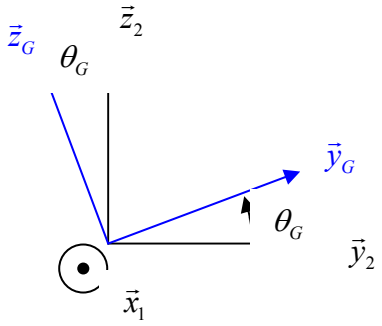

On a donc de façon évidente, grâce à la figure de travail ci-contre : la résultante du torseur cinématique
$\vec{\Omega}_{D/2} = \dot{\theta}_D\,\vec{x}_1$
Puisque la roue droite est en pivot d'axe $(A, \vec{x}_1)$ avec le châssis 2, on a de façon tout aussi simple :
$\vec{V}(A \in D/2) = \vec{0}$


© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

D'où le torseur cinématique demandé : $\{V(D/2)\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_D \, \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

✎ De la roue gauche par rapport au châssis : $\{V(G/2)\}$,

Complétons les figures de travail par celle qui nous manque pour la roue gauche :




On a encore de façon évidente, grâce à la figure de travail ci-contre : la résultante du torseur cinématique $\vec{\Omega}_{G/2} = \dot{\theta}_G \, \vec{x}_1$

Puisque la roue gauche est aussi en pivot d'axe $(A, \vec{x}_1)$ avec le châssis 2, on a de façon tout aussi simple : $\vec{V}(A \in G/2) = \vec{0}$

D'où le torseur cinématique demandé : $\{V(G/2)\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_G \, \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

## Question II.B.4

✎ Ecrivons les deux relations de roulement sans glissement des roues par rapport à la route

La roue droite roule sans glisser sur le sol 0 en un point noté $I_D$. La vitesse de glissement de D/0 en $I_D$ est donc nulle : $\vec{V}(I_D \in D/0) = \vec{0}$

La roue gauche roule sans glisser sur le sol 0 en un point noté $I_G$. La vitesse de glissement de G/0 en $I_G$ est donc nulle : $\vec{V}(I_G \in G/0) = \vec{0}$

✎ Trouvons 3 relations scalaires liant les 6 paramètres inconnus $\dot{\psi}$, $\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}_R$, $\dot{\theta}_G$, $U$ et $V$

*Exploitons les deux relations vectorielles précédentes :*

➪ $\vec{V}(I_D \in D/0) = \vec{0} = \underbrace{\vec{V}(I_D \in D/2)}_{\vec{V}(O_D \in D/2) + \overrightarrow{I_D O_D} \wedge \vec{\Omega}_{D/2}} + \underbrace{\vec{V}(I_D \in 2/0)}_{\vec{V}(A \in 2/0) + \overrightarrow{I_D A} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}}$

Soit : $\vec{0} = \overrightarrow{I_D O_D} \wedge \vec{\Omega}_{D/2} + \vec{V}(A \in 2/0) + \overrightarrow{I_D A} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}$, ce qui s'explicite en fonction des différents paramètres :

$R\overrightarrow{z_0} \wedge \dot{\theta}_D \, \vec{x}_1 + U \, \vec{x}_1 + V \, \vec{y}_1 + \left[ \frac{L}{2} \overrightarrow{x_1} + R\overrightarrow{z_0} \right] \wedge \left[ \dot{\psi} \, \vec{x}_1 + \dot{\varphi} \, \vec{z}_0 \right] = \vec{0}$, soit :

$R\dot{\theta}_D \vec{y}_1 + U \, \vec{x}_1 + V \, \vec{y}_1 + \left[ -\frac{L}{2}\dot{\varphi} + R\dot{\psi} \right] \vec{y}_1 = \vec{0}$ soit en projection sur $\vec{x}_1$ et $\vec{y}_1$ :


© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

$$\begin{cases} U = 0 \\ R\dot{\theta}_D + V - \dfrac{L}{2}\dot{\varphi} + R\dot{\psi} = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $\vec{V}(I_G \in G/0) = \vec{0} = \underbrace{\vec{V}(I_G \in G/2)}_{\vec{V}(O_G \in G/2)+\overrightarrow{I_G O_G}\wedge\vec{\Omega}_{G/2}} + \underbrace{\vec{V}(I_G \in 2/0)}_{\vec{V}(A\in 2/0)+\overrightarrow{I_G A}\wedge\vec{\Omega}_{2/0}}$

Soit : $\vec{0} = \overrightarrow{I_G O_G} \wedge \vec{\Omega}_{G/2} + \vec{V}(A \in 2/0) + \overrightarrow{I_G A} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}$, ce qui s'explicite en fonction des différents paramètres :

$R\overrightarrow{z_0} \wedge \dot{\theta}_G\, \vec{x}_1 + U\, \vec{x}_1 + V\, \vec{y}_1 + \left[-\dfrac{L}{2}\overrightarrow{x_1} + R\overrightarrow{z_0}\right] \wedge \left[\dot{\psi}\, \vec{x}_1 + \dot{\varphi}\, \vec{z}_0\right] = \vec{0}$, soit :

$R\dot{\theta}_G \vec{y}_1 + U\, \vec{x}_1 + V\, \vec{y}_1 + \left[\dfrac{L}{2}\dot{\varphi} + R\dot{\psi}\right]\vec{y}_1 = \vec{0}$ soit en projection sur $\vec{x}_1$ et $\vec{y}_1$ :

$$\begin{cases} U = 0 \\ R\dot{\theta}_G + V + \dfrac{L}{2}\dot{\varphi} + R\dot{\psi} = 0 \end{cases}$$

Soit les 3 relations demandées (puisqu'on en a 4 mais deux fois la même) :

$$\begin{cases} U = 0 \\ R\dot{\theta}_D + V - \dfrac{L}{2}\dot{\varphi} + R\dot{\psi} = 0 \\ R\dot{\theta}_G + V + \dfrac{L}{2}\dot{\varphi} + R\dot{\psi} = 0 \end{cases}$$

## Partie II. B : Etude de la transmission de puissance

### Question II.C.1

Expliquons pourquoi le constructeur n'a pas adopté la solution avec un seul moteur, un seul réducteur et un différentiel :

L'utilisation d'un seul moteur avec un seul réducteur, même couplé à un différentiel, permet de prendre des virages (tout en conservant le roulement sans glissement au niveau des roues) mais en aucun cas de commander un virage, c'est-à-dire de se diriger. On ne peut en effet pas **imposer** 2 vitesses de rotation différentes aux 2 roues droite et gauche.

Si on veut que la solution non retenue soit envisageable, il faudrait un actionneur pour « piloter le différentiel » ce qui n'est pas explicitement proposé dans l'énoncé !!! Dans ce cas la solution avec différentiel n'a pas été retenue car il est plus simple et moins encombrant (et possible car on a de faible puissance en jeu) d'utiliser directement deux moteurs électriques indépendants.

### Question II.C.2


Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

Rappel des données énoncé :

Un pré-dimensionnement des réducteurs a conduit à adopter les contraintes suivantes :

- $[OO_M] = 90\ mm$ (voir document réponse)
- module $m = 1$ mm pour tous les engrenages
- Nombre de dents minimum pour chaque roue dentée : $Z_{min} = 15$.

Le diamètre primitif (cercle fictif où l'on a roulement sans glissement) vaut $d = mZ = Z$ car on nous impose un module de 1mm et que des roues engrénant ensemble ont nécessairement le même module.
Notons en indice M, les caractéristiques de la roue lié au moteur et R les caractéristiques du pignon lié à une roue du Segway.

*Envisageons le cas le plus simple, c'est à dire où le rapport de réduction est effectué avec un seul contact :*
Dans ce cas on a 2 contraintes :

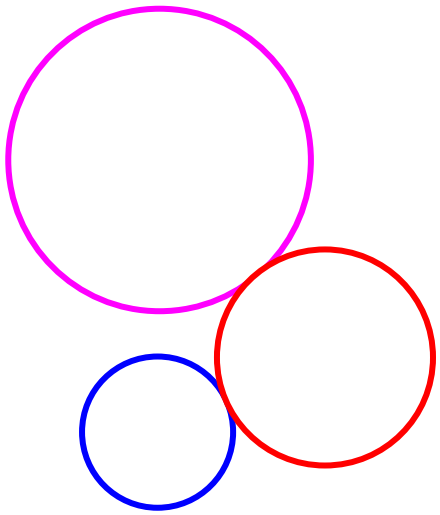
- Rapport de réduction : $\frac{1}{24} = \frac{Z_M}{Z_R}$, soir encore $Z_R = 24\ Z_M$
- Entraxe : $[OO_M] = 90\ mm = \frac{d_M}{2} + \frac{d_R}{2} = \frac{Z_M}{2} + \frac{Z_R}{2}$, soit : $90 = Z_M + Z_R$

Résolvons ce système à deux équations : $\begin{cases} Z_R = 24\ Z_M \\ 90 = Z_M + Z_R \end{cases}$

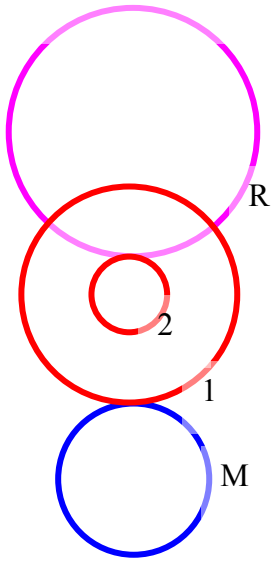
$\begin{cases} Z_R = 24\ Z_M \\ 90 = 25 Z_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_R = 86,4 \\ Z_M = 3,6 \end{cases}$, ce qui est bien sûr impossible, puisque l'on n'a pas des valeurs entières et qu'une des valeurs est inférieure au nombre de dents minimum.

On doit donc envisager une solution avec Deux contacts, c'est-à-dire deux rapports de réduction en cascade.
Deux architectures existent :

**Architecture à trois roues**



**Architecture à quatre roues**




 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

Choisissons l'architecture à quatre roues dentées dont deux sont « solidaires » (les rouges sur le schéma ci-dessus).
Il n'y a alors pas unicité de la solution, ce que l'on va montré en envisageant les deux cas suivant :

- $\frac{1}{24}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{24}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{8}$

$$1^{\text{er}}\text{ cas : }\frac{1}{24}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}$$

En prenant pour la roue liée au moteur $Z_M=Z_{\min}=15$, on a $\frac{1}{4}=\frac{Z_M}{Z_1}$, soit $Z_1=60$ pour la première roue intermédiaire, puis :
$\frac{1}{6}=\frac{Z_2}{Z_M}$ pour le second réducteur. Reste à régler l'entraxe à 90 mm.
Puisque le module des roues dentées est de 1 mm, les diamètres primitifs sont égaux au nombre de dents. On a donc la relation : $90=\frac{Z_M}{2}+\frac{Z_1}{2}+\frac{Z_2}{2}+\frac{Z_R}{2}$, soit
$180=15+60+Z_2+Z_R$, d'où : $105=7Z_2$. Soit les nombres de dents suivants :

$\begin{cases}Z_M=15\\Z_1=60\\Z_2=15\\Z_R=90\end{cases}$ ce qui respecte bien le nombre de dents minimum imposé

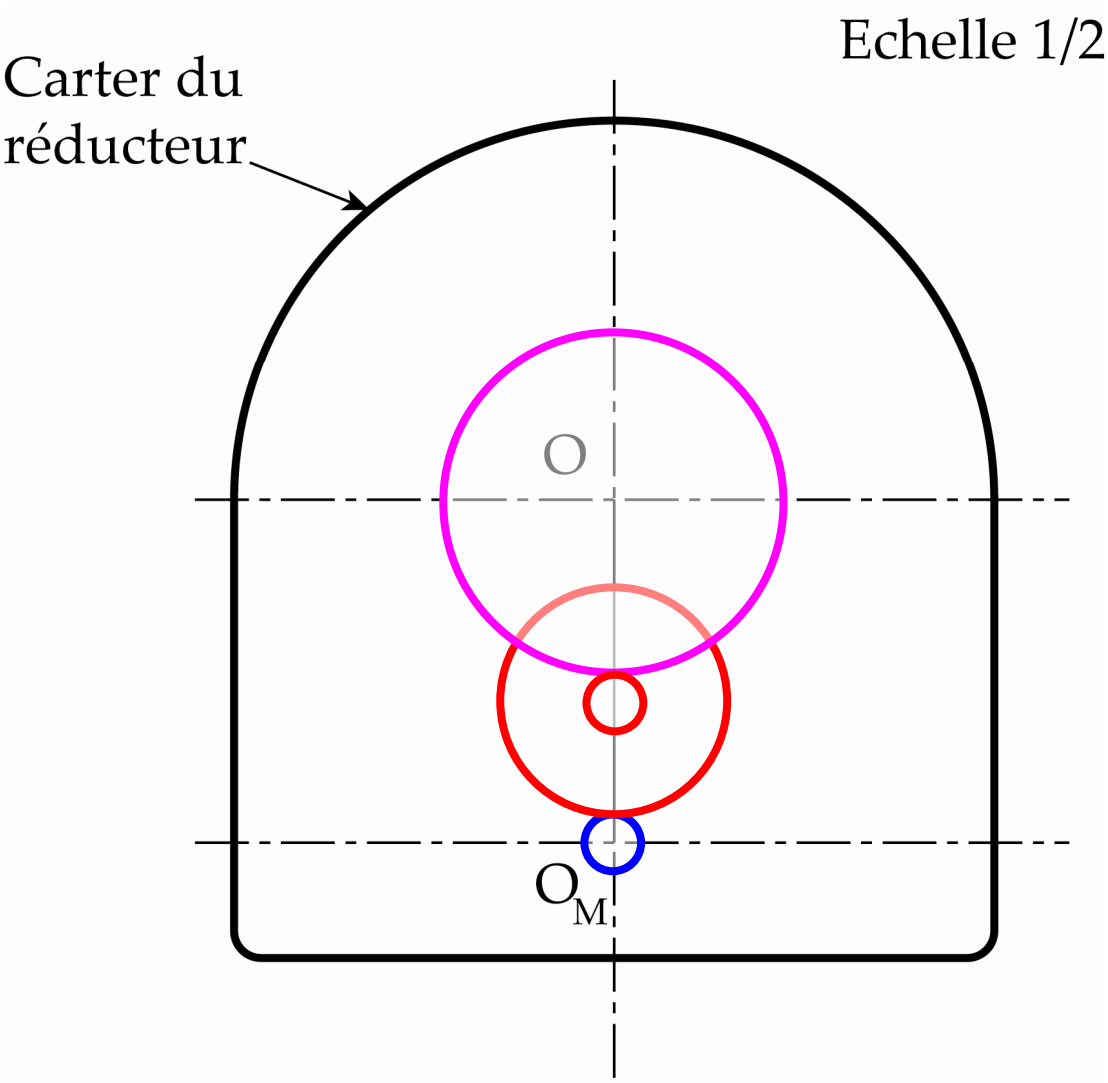
$$2^{\text{ème}}\text{ cas : }\frac{1}{24}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{8}$$

En prenant pour la roue liée au moteur $Z_M=Z_{\min}=15$, on a $\frac{1}{3}=\frac{Z_M}{Z_1}$, soit $Z_1=45$ pour la première roue intermédiaire, puis :
$\frac{1}{8}=\frac{Z_2}{Z_M}$ pour le second réducteur. Reste à régler l'entraxe à 90 mm.
Puisque le module des roues dentées est de 1 mm, les diamètres primitifs sont égaux au nombre de dents. On a donc la relation : $90=\frac{Z_M}{2}+\frac{Z_1}{2}+\frac{Z_2}{2}+\frac{Z_R}{2}$, soit
$180=15+45+Z_2+Z_R$, d'où : $120=9Z_2$. Soit les nombres de dents suivants :

$\begin{cases}Z_M=15\\Z_1=60\\Z_2=13,333\\Z_R=106,66\end{cases}$ ce qui n'est pas entier et ne respecte pas le nombre de dents minimum imposé.

L'entraxe imposé ne semble pas suffisamment grand pour recevoir cette solution.


Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.



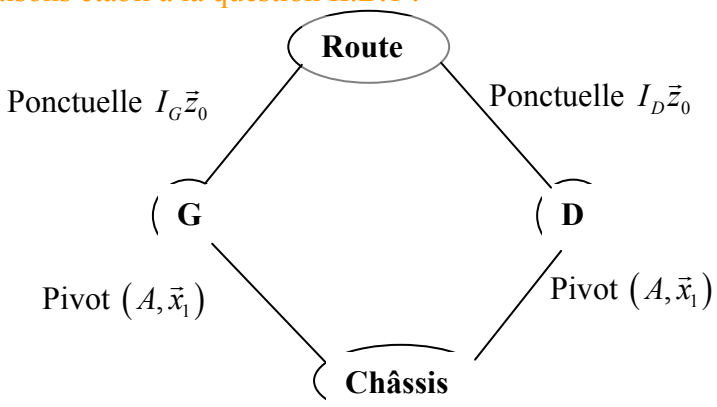

## Partie III. A : Analyse d'hyperstatisme

### Question III.A.1

♠ Déterminons la mobilité $m$ du système {Route, Roue Gauche, Roue Droite, Châssis}.
Reprenons le graphe des liaisons établi à la question II.B.1 :

Ce système possède :

1 cycle : $\gamma = 1$




 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

- 2 mobilités utiles qui correspondent aux deux moteurs « mettant en mouvement » les deux liaisons pivots
- 1 mobilité interne au niveau du châssis qui peut tourner autour de l'axe commun au deux roues

On a donc : $m = m_u + m_i = 2 + 1 = 3$

Ce qui correspond bien à l'énoncé ou l'on nous dit que « seuls les paramètres $V, \varphi \text{ et } \psi$ sont variables »

♠ En déduire alors le degré d'hyperstatisme $h$ du mécanisme.

D'après la relation $h = m + 6\gamma - N_C$, avec $\begin{cases} m = 3 \\ N_C = 5+5+1+1 \text{ (2 ponctuelles et 2 pivots)} \end{cases}$, on obtient : $h = 3 + 6.1 - 12 = -3$
Conclusion : Chercher l'erreur !!!

L'erreur est dans le nombre d'inconnues cinématique des ponctuelles avec frottement : Sphère-plan parfaite = 5 inconnues, frottement $\Rightarrow$ translation parallèle à l'axe de la roue bloquée (donc plus que 4 inconnues indépendantes) et roulement sans glissement = 1 relation entre ces 4 paramètres cinématiques, donc seulement 3 paramètres cinématiques indépendants pour ces liaisons sphère – plan avec frottement et roulement sans glissement.

Reprenons donc les calculs d'hyperstatisme :

$$h = m + 6\gamma - N_C, \text{ avec } \begin{cases} m = 3 \\ N_C = 3+3+1+1 \end{cases}, \text{ on obtient :}$$

$$h = 3 + 6.1 - 8 = 1$$

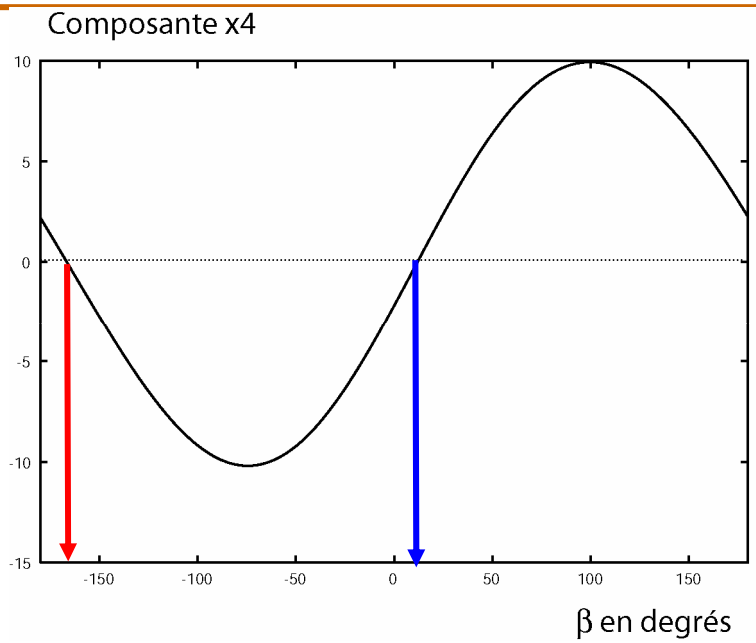
## Partie III. B : Détermination de l'inclinaisons du conducteur en virage

### Question III.B.1

Donnons la valeur de $\beta$ qui permet de vérifier la condition $\vec{g} - \vec{\Gamma}(G \in 4/0)$ colinéaire à $\vec{z_4}$.

Si la condition $\vec{g} - \vec{\Gamma}(G \in 4/0)$ colinéaire à $\vec{z_4}$ est satisfaite, on a $\left[\vec{g} - \vec{\Gamma}(G \in 4/0)\right].\vec{x}_4 = 0$, il « suffit » donc de regarder sur le document réponse à quel valeur de $\beta$ cela correspond – t – il ?
On obtient deux valeurs : $\beta = 12,5°$, et $\beta = -175°$ (voir fugure ci-dessous)
La seconde, étant physiquement inconcevable, le conducteur se trouvant modélisé « sous le Segway » !!! On retient $\beta = 12,5°$


© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

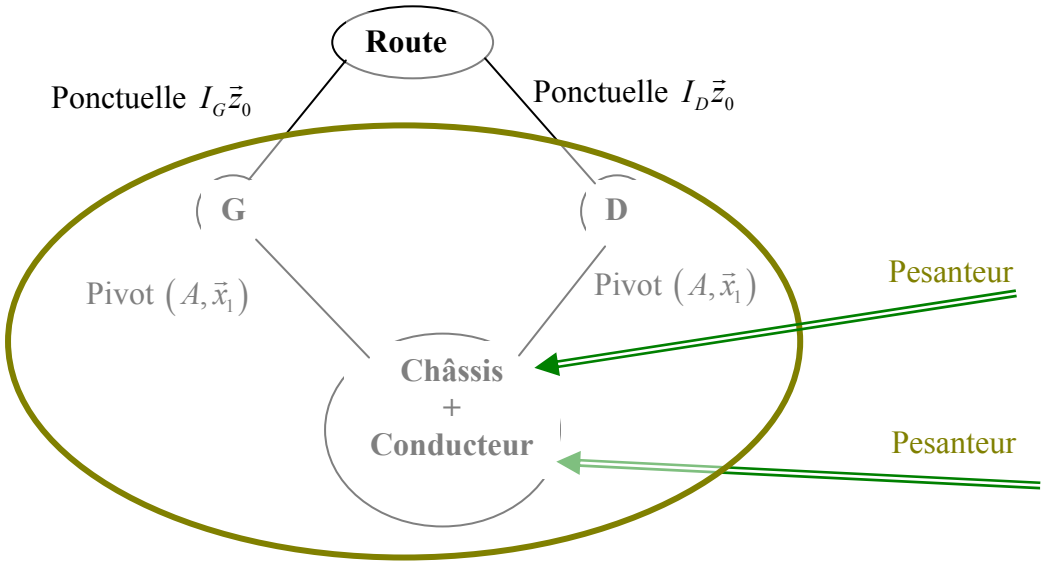



## Partie III. C : Etude dynamique du Segway en virage

### Question III.C.1

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures qui s'exercent sur ce système :

Commençons par reprendre le graphe des liaisons sur lequel on rajoute toutes ces actions mécaniques extérieures :




 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

Ce qui donne 3 où 4 actions mécaniques extérieures suivant que l'on scinde en 2 ou pas l'action de la pesanteur. C'est en effet préférable plutôt que de devoir calculer la position du barycentre de l'ensemble châssis + conducteur. On a donc :

- $\{T(route \to R_{gauche})\}$
- $\{T(route \to R_{droite})\}$
- $\{T(\vec{g} \to \text{chassis})\} = \begin{Bmatrix} -m_S g\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$
- $\{T(\vec{g} \to \text{conducteur})\} = \begin{Bmatrix} -m_H g\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$

## Question III.C.2

- Déterminons les inconnues d'effort qui ne peuvent pas être déterminées sans équation supplémentaire :

Le système d'équation est le suivant :

$$\begin{cases} -m_H\dot{\varphi}(V + h\dot{\varphi}\sin\beta) - m_S V\dot{\varphi} = X_G + X_D \\ 0 = Z_G + Z_D - (m_H + m_S)g \\ \frac{L}{2}Z_G + RX_G - \frac{L}{2}Z_D + RX_D = 0 \end{cases}$$ ou encore

$$\begin{cases} -m_H\dot{\varphi}(V + h\dot{\varphi}\sin\beta) - m_S V\dot{\varphi} = X_G + X_D \\ 0 = Z_G + Z_D - (m_H + m_S)g \\ \frac{L}{2}(Z_G - Z_D) = -R(-m_H\dot{\varphi}(V + h\dot{\varphi}\sin\beta) - m_S V\dot{\varphi}) \end{cases}$$

Soit un système à 3 équations pour $(X_G, X_D, Z_G \text{ et } Z_D)$ 4 inconnues. On ne peut donc pas le résoudre ; il y a une inconnue de trop, ou il manque une équation supplémentaire, c'est la même chose !!!

La seconde écriture du système d'équation permet de s'apercevoir que l'on peut déterminer $(Z_G \text{ et } Z_D)$ à partir des équations 2 et 3. Il faut donc une équation supplémentaire reliant les inconnues $(X_G \text{ et } X_D)$ pour résoudre ce système

- Expliquons l'origine de cette impossibilité :

$(X_G \text{ et } X_D)$ est en fait l'inconnue hyperstatique du système déterminée à la question III.A.1

***Remarque :***

Le sujet ne donne pas toutes les équations que l'on peut obtenir avec le Principe Fondamental de la Dynamique. D'autre part, on a pas 4 inconnues de liaison mais 6 !!!. Cela ne change rien à la réponse car en fait, les inconnues $(Y_G \text{ et } Y_D)$ peuvent être déterminées à partir des équations manquantes, soit la résultante suivant $\vec{y}_1$ et moment suivant $\vec{z}_0$.


Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.

## Question III.C.3

Enonçons les lois de Coulomb en utilisant les notations du III.A pour une roue, dans les cas d'adhérence et de glissement

*1er cas : Adhérence*

Dans le cas de l'adhérence, les lois de Coulomb réduite (les seules au programme) s'énoncent ainsi : $\left\|\vec{T}\right\| \le f \left\|\vec{N}\right\|$.

Ce qui avec les notations de l'énoncé revient à dire : $\sqrt{X_G^2 + Y_G^2} \le f\left|Z_G\right|$

Puisque la composante normale au contact est suivant $\vec{z}_0$, et donc la composante tangentielle est dans le plan $\left(\vec{x}_0, \vec{y}_0\right) \equiv \left(\vec{x}_1, \vec{y}_1\right)$

*2ème cas : Glissement*

Dans le cas du glissement, les lois de Coulomb réduite s'énoncent ainsi : $\left\|\vec{T}\right\| = f \left\|\vec{N}\right\|$, mais avec la direction et le sens de la composante tangentielle qui est connue :

$\vec{T}\left(route \to R_G\right)$ colinéaire opposée à $\vec{V}\left(I_G \in R_G / route\right)$

Ce qui avec les notations de l'énoncé revient à dire : $\sqrt{X_G^2 + Y_G^2} = f\left|Z_G\right|$ ainsi que :

$\left(X_G\vec{x}_1 + Y_G\vec{y}_1\right)$ colinéaire opposée à $\vec{V}\left(I_G \in R_G / route\right)$

## Question III.C.4

Vérifions les performances attendues vis à vis des rayons de virage minimums tout en garantissant les critères de non basculement et de non dérapage

Rappelons les critères de performances attendus :

| Fonction de Service | Critère | Niveau | |
|---|---|---|---|
| FS4 : Rester manœuvrable dans la circulation | Dérapage | Aucun | |
| | Basculement | Aucun | |
| | Rayon de virage Minimum admissible | **Vitesse** | **Rayon minimum** |
| | | 5 km/h | 0,5 m |
| | | 10 km/h | 2,5 m |
| | | 20 km/h | 10 m |

Le NON basculement s'écrit simplement $\begin{cases} Z_D > 0 \\ Z_G > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left|Z_D\right| = Z_D \\ \left|Z_G\right| = Z_G \end{cases}$

Le NON Dérapage, s'interprète de la façon suivante :

Adhérence sur la roue droite $\Rightarrow \dfrac{\sqrt{X_D^2 + Y_{\min}^2}}{Z_D} \le \left(f = 0,6\right)$

Adhérence sur la roue gauche $\Rightarrow \dfrac{\sqrt{\cancel{X_G^2} + Y_{\min}^2}}{Z_G} \le \left(f = 0,6\right)$, soit $\dfrac{Y_{\min}}{Z_G} \le \left(f = 0,6\right)$


© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 36 pages.