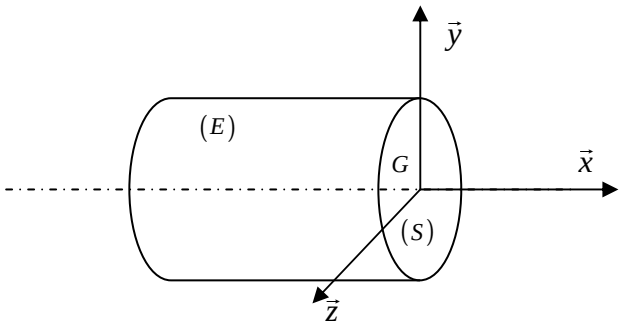
RESISTANCE DES MATERIAUX
TORSION SIMPLE

1. DEFINITION

La section droite (S) est sollicitée en torsion lorsque le torseur de cohésion de la section droite est de la forme :

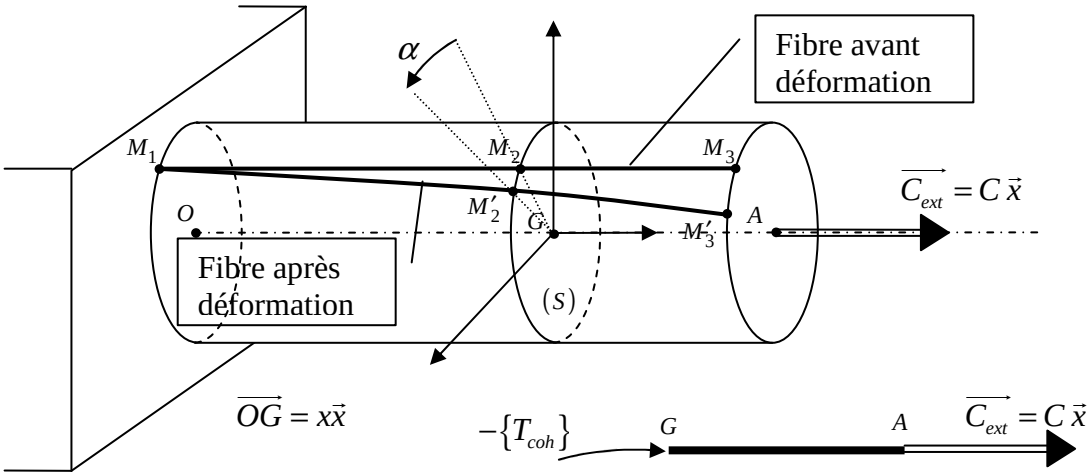
$$\{T_{cohésion}\} = \begin{Bmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{Bmatrix}_{G\,(\vec{x};\vec{y};\vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G\,(\vec{x};\vec{y};\vec{z})}$$



Avec $\vec{x}$ normale extérieure à la section droite (S).

2. ETUDE EXPERIMENTALE DES DEFORMATIONS

On soumet une barre cylindrique encastrée à son extrémité gauche O, à un couple suivant son axe à l'autre extrémité A.



Le calcul du torseur de cohésion, en conservant la partie droite en G, permet de constater :

$$-\begin{Bmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{Bmatrix}_G + \begin{Bmatrix} 0 & C \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G, \quad \{T_{coh}\} = \begin{Bmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 & C \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$

que l'on a bien une poutre sollicitée en torsion.

On fait croître C à partir de 0 Nm et on mesure les déformations, on constate :

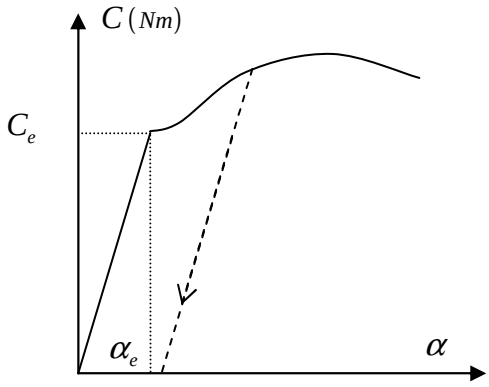
- Les sections droites normales à la ligne moyenne avant déformations restent normales (planes = hypothèse de RdM) après déformations.
- La distance entre 2 sections droites ne change pas.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

- Le déplacement d'une section droite correspond à une rotation d'un angle α autour de la ligne moyenne.

On relève la courbe ci-contre :



Zone élastique :

Partie linéaire, jusqu'à la valeur C_e :
α est proportionnel au couple appliqué C. Dans cette zone, si on annule le couple extérieur, la déformation disparaît.

Zone plastique :

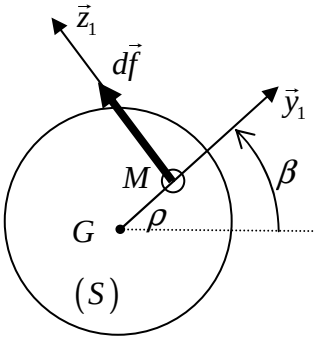
Au delà de la partie linéaire, la déformation augmente encore et si on annule le couple appliqué C, il reste une déformation permanente

L'essai se termine par la rupture à l'extrémité droite de la courbe.

Angle unitaire de torsion :

Dans le domaine élastique, on note θ la déformation angulaire relative : $\boxed{\theta = \dfrac{\alpha(x)}{x}}$

3. CONTRAINTES



La théorie de l'élasticité permet de montrer que la contrainte est tangentielle
Si, à l'intérieure de la section droite (vue ci-contre) , la contrainte est en plus tangentielle et constante pour ρ constant, on peut montrer que ce champ de contrainte est conforme au torseur de cohésion trouvé précédemment :
Pour cela il faut intégrer le champ de contrainte sur l'ensemble de la section droite, ce qui donne :

$$d\vec{f} = \vec{C}(M,\vec{x})\,ds = \tau(\rho)\,\vec{z}_1 ds$$

Soit : $\overrightarrow{R_{coh}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} d\vec{f} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \tau(\rho)\,\vec{z}_1 ds = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \tau(\rho)\left(-\sin\beta\,\vec{y} + \cos\beta\,\vec{z}\right)\rho\,d\rho\,d\beta$

Or $\int_0^{2\pi} \sin\beta\,d\beta = \int_0^{2\pi} \cos\beta\,d\beta = 0$, d'où $\overrightarrow{R_{coh}} = \vec{0}$

De plus

$$\overrightarrow{M_{coh}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \overrightarrow{GM} \wedge d\vec{f} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \rho\vec{y}_1 \wedge \tau(\rho)\,\vec{z}_1 ds = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \rho\tau(\rho)\,\vec{x}\,\rho\,d\rho\,d\beta = 2\pi\vec{x}\left[\int_0^{r} \rho^2\tau(\rho)\,d\rho\right]$$

Soit $M_{fy} = M_{fz} = 0$

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.