



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



PROBABILITES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-23

1) a) Vérifier que :

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}.$$

b) On pose $J = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$.

Montrer que J est une intégrale convergente.

c) En intégrant I par parties, trouver une relation entre I et J : en déduire la valeur de J .

2) Soit a un réel. On considère l'application f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{(1+x^2)^2} & \text{pour } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Déterminer a pour que f soit une densité.

3) Soit X une variable admettant f pour densité. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.