



EXERCICES DE MATHÉMATIQUES



PROBABILITES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-29

Pour $x \in \mathbb{R}$, on pose $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$.

- 1) Montrer que l'intégrale converge si et seulement si $x > 0$.
- 2) Calculer $\Gamma(n)$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.
- 3) On suppose $x > 0$ et on considère l'application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par :

$$f_x(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(x)} e^{-t} t^{x-1} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Montrer que f_x est une densité.

- 4) Dans cette question $x \in \mathbb{N}^*$.

Soit Y_x une variable aléatoire réelle admettant f_x pour densité (on dit que Y_x suit la loi $\gamma(x)$) et X une variable définie sur le même espace et suivant une loi de Poisson de paramètre m . Montrer que $P(X < x) = P(Y_x > m)$ (On pourra faire une récurrence sur x).