Centrale MP – 2008

Enoncé en fin de document.

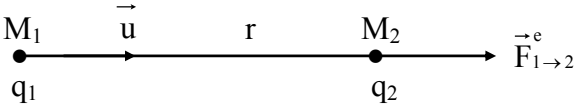
Centrale MP 2008

GRAVITATION, GRAVIMETRIE ET GEODESIE SPATIALE

Partie I : Attraction gravitationnelle et champ de pesanteur terrestre

I.A) Le champ de gravitation terrestre

I.A.1)

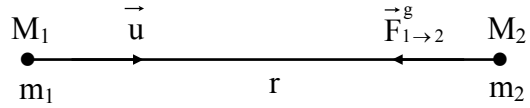


$$\vec{F}^{e}_{1\to 2} = \frac{q_1 q_2}{4\Pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{u} = q_2\vec{E}_1(M_2) \Rightarrow \vec{E}_1(M_2) = \frac{q_1}{4\Pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{u}$$

I.A.2) Théorème de Gauss :

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \oiint_{(S)} \vec{E}.dS\,\vec{n}_{ext} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

I.A.3)



$$\vec{F}^{g}_{1\to 2} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\,\vec{u} = m_2\vec{G}_1(M_2) \Rightarrow \vec{G}_1(M_2) = -\frac{Gm_1}{r^2}\,\vec{u}$$

I.A.4)

Electrostatique	Gravitation
$\vec{E}$	$\vec{G}$
q	m
1	– G
$4\Pi\varepsilon_0$	

Théorème de Gauss pour le champ de gravitation :

$$\operatorname{div}\vec{G} = -4\Pi G\rho \Leftrightarrow \oiint \vec{G}.dS\,\vec{n}_{ext} = -4\Pi GM_{int}$$

I.A.5) a) * Symétrie sphérique : $\vec{G}_T = G_T(r)\,\vec{u}_r$

* Théorème de Gauss à une sphère de rayon r :

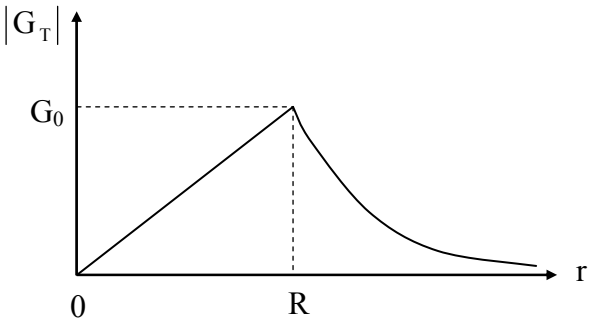
$$\oiint \vec{G}_T.\,dS\,\vec{n}_{ext} = G_T(r)\,4\Pi r^2 = -4\Pi GM_{int}(r) \Rightarrow G_T(r) = -\frac{GM_{int}(r)}{r^2}$$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

avec : $\begin{cases} M_{int}(r) = M_T \text{ si } r \geq R_T \\ M_{int}(r) = M_T \left(\dfrac{r}{R_T}\right)^3 \text{ si } r \leq R_T \end{cases}$

Ainsi : $\boxed{\begin{cases} G_T(r) = -\dfrac{GM_T r}{R_T^3} & r \leq R_T \\ G_T(r) = -\dfrac{GM_T}{r^2} & r \geq R_T \end{cases}}$



b) $\boxed{G_0 = |G_T|(r = R) = \dfrac{GM_T}{R_T^2} \approx 9{,}8 \text{ ms}^{-2}}$

c) Le résultat $M_{int}(r) = M_T$ est valable même si la terre n'est pas homogène.

$\Rightarrow$ $\boxed{G_T(r) = -\dfrac{GM_T}{r^2}}$ si $r \geq R_T$ reste valable

d) * Pour $r \leq R_1$: $|G_T|(r) = \alpha r \Rightarrow M_{int}(r) = \beta r^3 = \int_{r'=0}^{r} \rho(r')\, 4\Pi r'^2 dr' \Rightarrow \underline{\rho(r') = \rho = cste}$

* Pour $r \leq R_1$: $|G_T|(r) = G_0 \dfrac{r}{R_1} = \dfrac{GM_{int}(r)}{r^2} = \dfrac{G \times \rho \dfrac{4}{3}\Pi r^3}{r^2} = G\rho\dfrac{4}{3}\Pi r$

D'où : $\boxed{\rho = \dfrac{3}{4\Pi}\dfrac{G_0}{R_1 G} = \dfrac{3}{4\Pi}\dfrac{M_T}{R_1 R_T^2}}$

A.N. : $\underline{\rho \approx 10^4 \text{kgm}^{-3}}$

e) Pour $r \in [R_1, R_T]$: $|G_T(r)| = \dfrac{GM_{int}(r)}{r^2} = G_0 = cste \Rightarrow M_{int}(r) = \alpha r^2 = \int_0^r \rho(r')\, 4\Pi r'^2 dr'$

$\Rightarrow \rho(r)$ décroissante (en $\dfrac{1}{r}$)

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

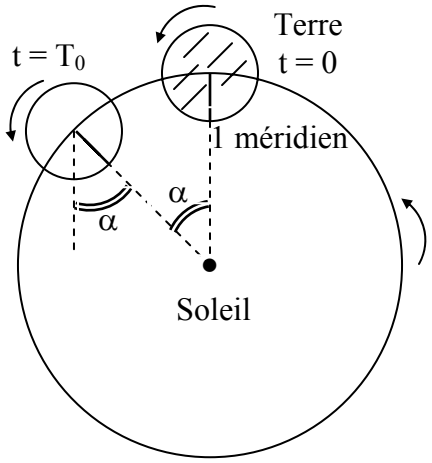
I.B) Le champ de pesanteur terrestre

I.B.1) * Référentiel galiléen (ou inertie) : référentiel dans lequel le principe d'inertie est satisfait ($\vec{P} = \overrightarrow{cste}$ pour un système isolé).

* Référentiel géocentrique : référentiel barycentrique terrestre, en translation elliptique (quasi circulaire uniforme) par rapport au référentiel de Copernic (donc a priori non galiléen, sauf sur des durées $\Delta t << T_0 = 1$ an).

* Référentiel terrestre : « lié à la terre », en rotation quasi uniforme autour de l'axe des pôles par rapport au référentiel géocentrique.

I.B.2)



Vue de « dessus »

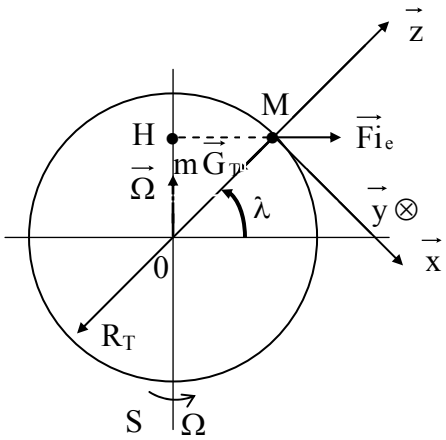
On voit que pendant la durée T_0, la terre a tourné de $2\Pi + \alpha$.

Donc : $T = \dfrac{2\Pi}{2\Pi + \alpha}$ (T correspond à une rotation de 2Π)

Or : $\alpha = \dfrac{2\Pi}{365{,}25} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{365{,}25}{366{,}25} T_0 = 86164 \text{ s} \\ T_0 = 86400 \text{ s} \end{cases}$

$\Rightarrow \underline{T_0 - T = 236 \text{ s} \approx 4 \text{ min}}$

I.B.3)



Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Centrale MP – 2008

Enoncé en fin de document.

Par définition : $\begin{cases} m\vec{g} = m\vec{G}_T + \vec{F}_{ie} \\ \vec{F}_{ie} = m\Omega^2\overrightarrow{HM} \end{cases}$

Avec : $\begin{cases} \vec{G}_T = -\dfrac{GM_T}{R_T^2}\vec{z} \\ \overrightarrow{HM} = HM(\cos\lambda\,\vec{z} + \sin\lambda\,\vec{x}) = R_T\cos\lambda(\cos\lambda\,\vec{z} + \sin\lambda\,\vec{x}) \end{cases}$

Ainsi, dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\vec{g}\left|\begin{array}{l} \Omega^2 R_T\cos\lambda\sin\lambda = g_x \\ 0 \\ -\dfrac{GM_T}{R_T^2} + (\Omega^2 R_T\cos^2\Omega) = g_z \end{array}\right.$$

D'où : $g^2 = g_x^2 + g_z^2$

En ne gardant que les termes d'ordre deux en Ω $\left(\dfrac{\Omega^2 R_T^3}{GM_T} << 1\right)$:

$$g^2 \approx \left(\frac{GM_T}{R_T^2}\right)^2 - \frac{2GM_T\Omega^2}{R_T}\cos^2\lambda \;\Rightarrow\; g^2 \approx \left(\frac{GM_T}{R_T^2}\right)^2\left[1 - \frac{2\Omega^2 R_T^3}{GM_T}\cos^2\lambda\right]$$

D'où : $\boxed{g_{(\lambda)} \approx \dfrac{GM_T}{R_T^2}\left[1 - \dfrac{\Omega^2 R_T^3}{GM_T}\cos^2\lambda\right]}$

I.B.4) * $g_{max} = \dfrac{GM_T}{R_T^2}$ pour $\lambda = \pm\dfrac{\Pi}{2}$ (aux pôles, $\vec{Fi}_e = \vec{0}$)

* $g_{min} = \dfrac{GM_T}{R_T^2}\left[1 - \dfrac{\Omega^2 R_T^3}{GM_T}\right]$ pour $\lambda = 0$ (Equateur, $m\vec{G}_T$ et $\vec{Fi}_e$ anticolinéaires)

* $\dfrac{g_{max} - g_{min}}{g_{max}} = \dfrac{\Omega^2 R_T^3}{GM_T} \approx 3{,}5 \text{ x } 10^{-3}$

I.B.5) Pour réaliser $g_{min} = 0$ à l'équateur, la terre devrait tourner à la vitesse angulaire :

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T^3}} = \sqrt{\frac{g}{R_T}} = 1{,}5 \text{ x } 10^{-3}\,s^{-1} \;\Rightarrow\; \boxed{T = \frac{2\Pi}{\Omega} \approx 4\,10^3 s \approx 1{,}1 \text{ h !}}$$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Centrale MP – 2008

Enoncé en fin de document.

Partie II – Forme de la terre : géoïde et ellipsoïde de référence

II.A) A l'équilibre dans le référentiel terrestre non galiléen, l'élément de volume $d\tau$ subit :

* la force de pression $-\overrightarrow{\text{grad}}\ P d\tau$
* La force de gravitation $\rho d\tau \vec{G}_T(M)$
* La force d'inertie d'entraînement centrifuge : $d\vec{Fi}_e = \rho d\tau \Omega^2 \overrightarrow{HM}$

A l'équilibre : $\boxed{\overrightarrow{\text{grad}}\, P = \rho \vec{G}_T + \rho\Omega^2 \overrightarrow{HM}}$

$$\begin{cases} \vec{G}_T = -\dfrac{GM_T}{R_T^3}\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{HM} = y\vec{e}_y \end{cases}$$

II.B) En projection sur $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, on tire :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} = -\rho\dfrac{GM_T}{R_T^3}y + \rho\Omega^2 y \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} = -\rho\dfrac{GM_T}{R_T^3}z \end{cases}$$

Ainsi : $$\begin{cases} K_1 = \rho\left(\dfrac{GM_T}{R_T^3} - \Omega^2\right) \\ K_2 = \rho\dfrac{GM_T}{R_T^3} \end{cases}$$

II.C) Par intégration : $P(y,z) = -K_1\dfrac{y^2}{2} - K_2\dfrac{z^2}{2} + P_0$

A la surface de la terre :

$$P(y,z) = P_{atm} \Rightarrow -K_1\frac{y^2}{2} - K_2\frac{z^2}{2} + P_0 = P_{atm} \Rightarrow \frac{K_1 y^2 + K_2 z^2}{2(P_0 - P_{atm})} = 1$$

Ainsi : $$\boxed{\begin{cases} b^2 = \dfrac{2(P_0 - P_{atm})}{K_1} \\ c^2 = \dfrac{2(P_0 - P_{atm})}{K_2} \end{cases}}$$

b et c respectivement demi-grand axe et demi-axe ($K_1 < K_2$, $b > c$) de l'ellipsoïde.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Enoncé en fin de document.

II.D) On a :

$$\begin{cases} \dfrac{b^2}{c^2} = \dfrac{K_2}{K_1} = \dfrac{1}{1-\dfrac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}} \\ M_T = \mu\,\dfrac{4}{3}\Pi b^2 c = \mu\,\dfrac{4}{3}R_T^{\,3} \end{cases} \qquad (R_T \text{ rayon terrestre moyen})$$

D'où :

$$b^2 c = b^3\left(1-\frac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}\right)^{1/2} = R_T^{\,3}$$

Ce qui donne bien :

$$\boxed{\begin{cases} b = R_T\left(1-\dfrac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}\right)^{-1/6} \\ c = R_T\left(1-\dfrac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}\right)^{1/3} \end{cases}}$$

II.E) ***A.N.*** :

$$\begin{cases} \dfrac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{6\,M_T} = 3{,}5 \text{ x } 10^{-3} << 1 \\ \dfrac{b-c}{c} \approx \dfrac{R_T^{\,3} G^2}{2\,GM_T} \approx 1{,}76 \text{ x } 10^{-3} \end{cases}$$

II.F) Dans le modèle simplifié précédent, le champ de gravitation utilise est celui d'une sphère homogène. Or, pour la terre assimilée à un ellipsoïde avec $\mu = \mu(r)$:

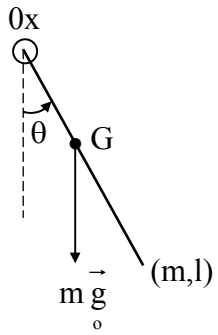
$$\vec{G}_T(r,\theta) = G_r(r,\theta)\,\vec{u}_r + G_\theta(r,\theta)\,\vec{u}_\theta \qquad \left(\vec{G}_T \neq -\frac{GM_T}{R_T^{\,3}}\overrightarrow{OM}\right)$$

Partie III : Mesure de pesanteur et de ses variations locales

III.A) Le pendule pesant

III.A.1) Le TMC scalaire s'écrit :

$$J\overset{oo}{\theta} = m^t_{0x}\left(\Sigma \vec{F}_{ext}\right) = -mg_0\frac{1}{2}\sin\theta \qquad \text{(liaison parfaite)}$$



Avec $J = \dfrac{1}{3}ml$, on obtient :

$$\overset{oo}{\theta} + \frac{3\,g_0}{2\,l}\sin\theta = 0$$

Pour les petites oscillations : $\sin\theta \approx \theta$, et on a l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

$$w_0 = \sqrt{\frac{3\,g_0}{2\,l}} \text{ et période } \boxed{T_0 = 2\,\Pi\,\sqrt{\frac{2\,l}{3\,g_0}}}$$

III.A.2) La longueur l du pendule étant supposée « parfaitement connue » ($\frac{\Delta l}{l} = 0$) :

$$T_0 = \frac{cste}{\sqrt{g_0}} \Rightarrow \frac{\Delta T_0}{T_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta g_0}{g_0} \Rightarrow \boxed{\Delta g_0 = 2\,g_0(\lambda)\,\frac{\Delta T_0}{T_0}}$$

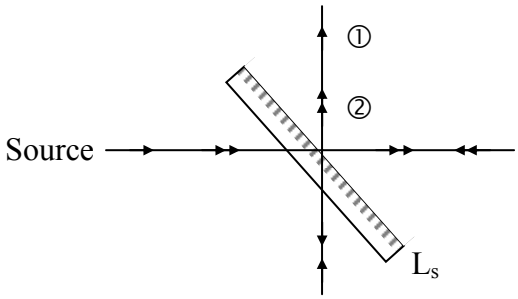
A.N. : $\underline{\Delta g_0 \approx 2\,10^{-3}\,ms^{-2}}$

III.A.3) Entre les pôles et l'équateur : $\frac{\Delta g_0}{g_0} \approx 3{,}5\ 10^{-3}$

La précision de la mesure avec le dispositif proposé étant d'environ $2\ 10^{-4}$, il est donc possible expérimentalement de mettre en évidence les différences entre $g_{Equateur}$ et $g_{Pôles}$.

III.B) Le gravimètre à chute libre

III.B.1) **a)** Le rayon ① traverse 3 fois la séparatrice L_s, le rayon ② la traverse 1 fois, la lame compensatrice « compense » la différence de marche associée (on veut $\delta = 0$ pour une incidence i nulle).



b) Un filtre interférentiel permet d'obtenir une source quasi-monochromatique à partir d'une lampe spectrale.

c) Source étendue, miroirs orthogonaux, incidence $i \neq 0$: réglage en lame d'air du Michelson considéré comme diviseur d'amplitude $\Rightarrow$ franges circulaires localisées « à l'∞ » (anneaux d'égale inclinaison). Les anneaux se resserrent quand on s'éloigne du centre (ρ_k varie comme $\sqrt{k}$).

d) On observe dans le plan focal image de la lentille convergente. ρ_k est proportionnel à la focale f', d'où le choix d'une grande focale.

e) Interférence de 2 ondes cohérentes de même amplitude (source monochromatique)

$$I(\delta) = 2\,I_1\,(1 + \cos\left(1 + \cos\left(\frac{2\,\Pi\delta}{\lambda_0}\right)\right)$$

Au « centre » (foyer image) : $i = 0 \Rightarrow \delta = 2e$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Ainsi : $$\boxed{I(e) = 2\,I_1\left[1+\cos\left(\frac{4\,\Pi e}{\lambda_0}\right)\right] = 2\,I_1\,(1+\cos\,(4\,\Pi\sigma_0 e))}$$

Rem : $I_1 = \frac{I_i}{4}$ si I_i est l'intensité du rayon incident.

III.B.2) a) Lumière blanche : $\begin{cases}\lambda_2 \approx 400\text{ nm (violet)}\\ \lambda_1 \approx 750\text{ nm (rouge)}\end{cases}$

b) * Pour la raie spectrale de largeur $d\sigma$:

$$dI = 2(J_d d\sigma)\,[1+\cos\,(4\,\Pi\sigma_0 e)]$$

* Les diverses raies spectrales sont incohérentes et ne peuvent interférer, l'intensité résultante est donc la somme des intensités dues à chaque raie spectrale

$$I = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} dI = 2\,J_0 \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} (1+\cos\,(4\,\Pi\sigma_0 e))d\sigma = 2\,J_0\left[\Delta\sigma + \left[\frac{\sin 4\,\Pi\sigma e}{4\,\Pi e}\right]_{\sigma_1}^{\sigma_2}\right]$$

L'intensité totale de chaque rayon qui interfère est ici : $I_1 = I_2 = J_0\Delta\sigma$

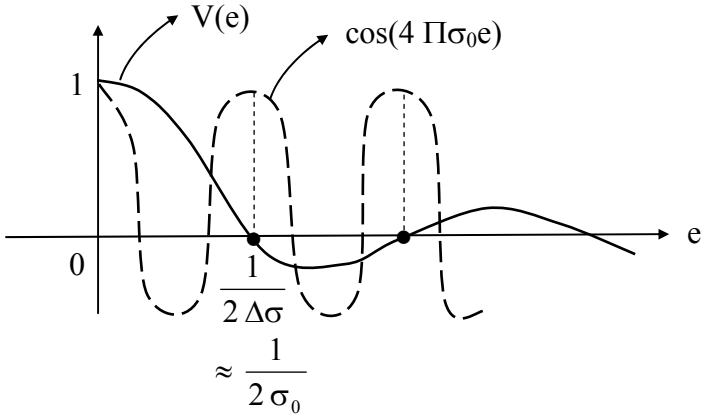
Donc : $$I(e) = 2\,I_1\left[1+\frac{\sin\,(4\,\Pi\sigma_2 e)-\sin\,(4\,\Pi\sigma_1 e)}{4\,\Pi e\Delta\sigma}\right]$$

Soit finalement : $$\boxed{I(e) = 2\,I_1\,[1+\underbrace{\text{sinc}(2\,\Pi e\Delta\sigma)\cos\,(4\,\Pi\sigma_0 e)}_{V(e)}]}$$

Si $\begin{cases}\sigma_0 = \dfrac{\sigma_1+\sigma_2}{2}\\ \Delta\sigma = \sigma_2-\sigma_1\end{cases}$

Il apparaît donc un terme de visibilité dû à la non monochromaticité de la source, et les franges vont se brouiller très rapidement à partir du contact optique (lorsque e↗, on observe les teintes de Newton, puis du blanc d'ordre supérieur).

$\Delta\sigma$ et σ_0 sont du même ordre de grandeur pour la lumière blanche (pour une lampe spectrale type lampe à vapeur de mercure, on peut modéliser le spectre par un spectre rectangulaire de longueur $\Delta\sigma << \sigma_0$).



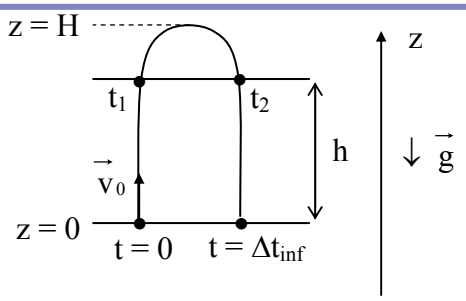
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Centrale MP – 2008

Enoncé en fin de document.

III.B.3) a)



On lance un projectile de z = 0 à la vitesse verticale $\vec{v}_0$.

* $\boxed{\Delta t_{inf} = 2\,t_0 = \dfrac{2\,v_0}{g}}$ ($\overset{o}{z}(t) = -gt + v_0$ pendant la phase ascendante).

* $\Delta t_{sup} = t_2 - t_1 = 2(t_0 - t_1)$

Avec : $h = -\dfrac{1}{2}\,g t_1^{\,2} + v_0 t_1$

D'où : $t_1 = \dfrac{v_0}{g} - \dfrac{\sqrt{v_0^{\,2} - 2gh}}{g}$ (racine $< t_0$)

Ainsi : $\boxed{\Delta t_{sup} = \dfrac{2\sqrt{v_0^{\,2} - 2gh}}{g} = \dfrac{2\,v_0}{g}\sqrt{1 - \dfrac{2gh}{v_0^{\,2}}}}$

On en déduit : $\Delta t_{sup} = \Delta t_{inf} = \sqrt{1 - 2gh\left(\dfrac{2}{g\Delta t_{inf}}\right)^2} = \Delta t_{inf} = \sqrt{1 - \dfrac{8h}{g\Delta t_{inf}^2}}$

D'où finalement : $\boxed{g = \dfrac{8h}{\Delta t_{inf}^2 - \Delta t_{sup}^2}}$

b) Soit $\vec{u}_i \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix}$ un vecteur unitaire du rayon incident sur le réflecteur.

D'après les lois de Descartes pour la réflexion :

$$\vec{u}_i \xrightarrow{M_1} \vec{u}_1 \begin{pmatrix} -\alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} \xrightarrow{M_2} \vec{u}_2 \begin{pmatrix} -\alpha_i \\ -\beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} \xrightarrow{M_3} \vec{u}_3 \begin{pmatrix} -\alpha_i \\ -\beta_i \\ -\gamma_i \end{pmatrix}$$

$\begin{cases} M_1 : \text{miroir } 0yz \text{ (normale } \vec{x}) \\ M_2 : \text{miroir } 0xz \text{ (normale } \vec{y}) \\ M_3 : \text{miroir } 0xy \text{ (normale } \vec{z}) \end{cases}$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.

Donc $\vec{u_r} = \vec{u_z} = -\vec{u_i}$.

Le miroir plan unique ne réalise cette propriété que sous incidence normale !

c) D'après III.B.2.b), I est maximale lorsque l'épaisseur e de la lame d'air est nulle. Dans le dispositif du gravimètre absolu, deux lames d'air sont créés : la première d'épaisseur e_1 entre C et M_4 et la seconde d'épaisseur $e_2 = e_1 + d$ entre C et M_3. Quand C est lancé vers le haut, e_1 s'annule aux instants t_1 et t_4, et e_2 aux instants t_2 et t_3.

Comme $d >> \lambda_2$, les 4 maxima sont bien distincts, donc, d'après la question a) :

$$\boxed{g = \frac{8\,d}{(t_4 - t_1)^2 - (t_3 - t_2)^2}}$$

d) ***A.N.*** : $g = 9{,}7804\ ms^{-2}$

e) Avec une source monochromatique, il y aurait un grand nombre de maxima de I pour chaque lame d'air, et on ne pourrait savoir si e_1 ou $e_2 = 0$ ou $p\,\lambda_0$.

f) On utilise uniquement les miroirs M_3 et M_4 (Michelson « classique », occulter e) et on utilise une source monochromatique de longueur d'onde λ_0.

On fixe M_4 et déplace M_3 jusqu'à la teinte plate : $d = 0$ (contact optique). Puis on rapproche M_3 d'une distance d en comptant le nombre d'anneaux qui défilent, soit p.

Alors : $2\,d = p\,\lambda_0$ (et on mesure d avec une précision de l'ordre de λ_0).

III.B.4) **a)** D'après la question I.B.3) :

$$g(o,h) \approx \frac{GM_T}{R_T^{\,2}}\left[1 - \frac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}\right] \qquad (\lambda = 0,\ h = 0)$$

A l'altitude h, on change R_T en $R_T + h$:

$$g(o,h) = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}\left[1 - \frac{\Omega^2 (R_T + h)^3}{GM_T}\right]$$

Pour $h << R_T$:

$$g(o,h) \approx \frac{GM_T}{R_T^{\,2}}\left(1 - \frac{2\,h}{R_T}\right)\left(1 - \frac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}\left(1 + \frac{3\,h}{R_T}\right)\right)$$

Comme $\frac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T} << 1$, les termes en $\frac{h}{R_T}\frac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}$ sont du 2e ordre. Ainsi, au 1er ordre :

$$g(o,h) \approx \frac{GM_T}{R_T^{\,2}}\left[1 - \frac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T} - \frac{2\,h}{R_T}\right] \approx g(o,o)\left[1 - \underbrace{\frac{2\,h}{R_T}\left(\frac{GM_T}{R_T^{\,2} g(o,o)}\right)}\right]$$

$$\frac{2\,h}{R_T}\left(1 - \frac{\Omega^2 R_T^{\,3}}{GM_T}\right)^{-1} \approx \frac{2\,h}{R_T} \text{ au 1er ordre}$$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pages.