

EXERCICES DE MATHEMATIQUES



ANALYSE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-35

Soit E l'ensemble des polynômes P à coefficients complexes vérifiant :

$$\forall x \in \mathbb{C}, \ P(x)P(x+1) + P(x^2) = 0 \tag{1}$$

- 1) Trouver les polynômes constants vérifiant (1)
- 2) On suppose que P a un degré supérieur ou égal à un et que P appartient à E.
- a) Si α est une racine de P, montrer que $\forall p \in \mathbb{N}, \ \alpha^{2^p}$ est aussi une racine de P. Que peut-on en conclure sur le module de α ? (se rappeler que P a un nombre fini de racines)
- b) Montrer que $(\alpha 1)^2$ est aussi une racine de P. Quelles sont les valeurs possibles de α ?
- 3) Montrer qu'un polynôme de E de degré supérieur ou égal à un est de la forme $x \longmapsto -x^n(1-x)^n$ où $n \in \mathbb{N}^*$.

Quels sont les polynômes de E?