



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



VARIABLES ALEATOIRES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE-VIII

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Une urne contient n cartons numérotés de 1 à n . On extrait les n cartons un à un et sans remise et on note T_k le numéro obtenu au $k^{\text{ème}}$ tirage. Soit Z_n la variable égale au plus petit indice j tel que $T_j > T_{j+1}$ si cet indice existe, sinon $Z_n = n$.

- 1) Pour $k \in \mathbb{N}$ calculer $P(Z_n > k)$ et en déduire la loi de probabilité de Z_n .
- 2) Montrer que la suite (Z_n) converge en loi vers une variable notée Z .
- 3) Calculer $E(Z_n)$ sous la forme d'une somme et donner un équivalent de cette espérance quand $n \rightarrow +\infty$.

Calculer $E(Z)$.