INFORMATIQUE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–40

n est un entier naturel non nul. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n. On effectue dans cette urne deux tirages successsifs d'une boule selon le protocole suivant.

Si l'on note k le numéro de la première boule tirée, cette boule est remise dans l'urne avec k boules supplémentaires portant toutes le numéro k. On effectue alors le deuxième tirage.

X est la variable aléatoire prenant pour valeurs le numéro de la première boule tirée et Y la variable aléatoire prenant pour valeurs le second numéro tiré.

1)

Ecrire un programme qui

entre un entier n,

simule 1000 fois l'expérience et garde les simulations de X et de Y dans deux vecteurs lignes de taille (1,1000)

calcule la matrice des $p_{i,j} = P(X = i, Y = j)$ (dite matrice de contingence)

Détermine les lois marginales de X et Y.

2)

Tracer le nuage de points associé au couple (X,Y).

Déterminer la covariance de (X,Y), les variances de X et Y, le coefficient de corrélation.

Déterminer la droite de régression de y en x et la tracer dans le même repère que le nuage de points.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

CORRIGE DE L'EXERCICE NUMERO 40

1)

Pour le fun.

$X(\Omega) = Y(\Omega) = [\![1, n]\!]$.

X suit la loi uniforme sur $[\![1, n]\!]$

$$p_{i,j} = P(X = i) \times P_{[X=i]}(Y = j) = \begin{cases} \frac{1}{n}\frac{1}{n+i} & \text{si} \quad j \neq i \\ \frac{1}{n}\frac{j+1}{n+j} & \text{si} \quad j = i \end{cases}$$

Je vais faire deux simulations ; l'une avec N=100 et l'autre avec N=1000

Pour simuler le deuxième tirage, je vais utiliser la loi uniforme sur $[\![1, n+k]\!]$ où k est la valeur prise par X. Je conviendrai que les n premiers numéros correspondent à l'urne initiale et les suivants de n+1 à n+k représentent les k boules que l'on a rajoutées.

Programme

```
n=input('entrez un entier n strictement positif n ')
N=input('N=..... ')
X=grand(1,N,"uin",1,n)
Y=zeros(1,N)
for i=1:N
T=grand(1,1,'uin',1,n+X(i))
      if T<=n then
                  if T<>X(i) then Y(i)=T
                                  else Y(i)=X(i)
                  end
                  else Y(i)=X(i)
      end
end
```

Remarque : une autre façon d'écrire la boucle

```
for i=1:N
T=grand(1,1,'uin',1,n+X(i))
      if T<=n&T<> X(i) then Y(i)=T
                       else Y(i)=X(i)
      end
end
F=zeros(n,n)
for i=1:N
F(X(i),Y(i))=1+F(X(i),Y(i))
end
F=F/N
```

Des explications sur la construction de la matrice F. Les valeurs prises par (X,Y) sont les couples (X(i),Y(i)).

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.