ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

ANALYSE ENONCE NUMERO 4

1–a)

Justifier que $\arctan(u) \sim u$ au voisinage de 0.

b) Déterminer l'ensemble D des réels x pour lesquels l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}dt$ converge.

On note alors sa valeur $F(x)$.

2)

On admet que la fonction F est de classe C^1 sur D et que

$$\forall x \in D,\ F'(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}\right)dt$$

a) Pour x appartenant à une partie de D à préciser, déterminer deux réels a et b, indépendants de t mais pouvant dépendre de x, tels que

$$\forall t \in \mathbb{R},\ \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)} = \frac{a}{t^2+1} + \frac{b}{x^2t^2+1}$$

b) Calculer $F'x)$ pour tout $x \in D$.

c) En déduire $F(x)$ pour tout $x \in D$.

3)

Soit g la fonction $t \mapsto g(t) = \left(\frac{\arctan(t)}{t}\right)^2$.

Justifier la convergence de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} g(t)dt$ et en donner sa valeur.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.