



## ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

## PROBABILITE ENONCE NUMERO 1

Soit  $n$  un entier supérieur ou égal à 2. On considère une urne contenant  $n$  boules numérotées de 1 à  $n$ .

1) \_\_\_\_\_

On effectue une série de tirages successifs et sans remise d'une boule de cette urne jusqu'à obtenir la boule numérotée  $n$ . On note  $X_1$  le nombre de tirages ainsi effectués. Déterminer la loi de  $X_1$  et son espérance.

Les deux questions suivantes étudient deux prolongements possibles de l'expérience à l'issue de cette première série de tirages.

2) \_\_\_\_\_

Après cette première série de tirages, on continue de sortir les boules de l'urne jusqu'à obtenir le plus grand des numéros restants. On note  $X_2$  le nombre de tirages ainsi effectués (si à l'issue de la première série de tirages l'urne est vide, on décide que  $X_2$  prend la valeur 0).

a) Déterminer la loi de  $X_2$  et vérifier que  $\sum_{j=0}^{n-1} P(X_2 = j) = 1$ .

b) Les variables  $X_1$  et  $X_2$  sont-elles indépendantes ?

c) Calculer l'espérance de  $X_2$ .

3) \_\_\_\_\_

Après cette première série de tirages, s'il reste au moins une boule dans l'urne, on tire une boule au hasard et l'on note  $X_3$  le numéro obtenu (si l'urne est vide on convient que  $X_3$  prend la valeur 0).

a) Déterminer la loi du couple  $(X_1, X_3)$ .

b) Déterminer la loi de  $X_3$ .