ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

PROBABILITE ENONCE NUMERO 7

Toutes les variables aléatoires de cet exercice sont définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

A toute suite de variables aléatoires $(X_n)_{n\geq 1}$ dont les propriétés varieront en fonction des questions, on associe la suite de variables alatoires $(Y_n)_{n\geq 1}$ définies pour tout entier naturel non nul n par $Y_n = \prod_{k=1}^{n} X_k$.

1)

Dans cette question, $(X_i)_{i\geq 1}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli de paramètre $p \in]0,1[$. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Déterminer la loi de Y_n.

b) Les variables Y_{n+1} et Y_n sont-elles indépendantes ?

c) Montrer que la suite $(Y_m)_{m\geq 1}$ converge en loi vers une variable aléatoire Y dont on précisera la loi.

2)

Dans cette question, $(X_i)_{i\geq 1}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi définie par : $P(X_i = 1) = p$ et $P(X_i = -1) = 1 - p$. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Déterminer $Y_n(\Omega)$.

b) Déterminer l'espérance de Y_n.

c) Déterminer la loi de Y_n.

d) Les variables Y_n et Y_{n+1} sont-elles indépendantes?

e) Montrer que la suite $(Y_m)_{m\geq 1}$ converge en loi vers une variable aléatoire Y dont on précisera la loi.

3)

On note X_0 la variable aléatoire certaine égale à 1 et $(Z_i)_{i\geq 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli de paramètre $p \in]0,1[$. Pour tout entier n non nul, on pose $X_n = Z_n X_{n-1}$ et on définit comme précédemment $Y_n = \prod_{i=1}^{n} X_i$.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Les variables X_n et X_{n+1} sont-elles indépendantes ?

b) Déterminer les lois de X_n et de Y_n.

c) Montrer que la suite $(Y_m)_{m\geq 1}$ converge en loi vers une variable aléatoire Y dont on précisera la loi.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.