ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

ANALYSE ENONCE NUMERO 13

1)

Pour tout réel x on pose $\varphi(x) = \int_1^e \frac{\ln t}{1+x^2t^2}dt$.

Montrer que φ est définie sur $\mathbb{R}$, à valeurs strictement positives et paire.

2–a)

Prouver que pour tout $(x, x_0) \in \mathbb{R}^2$,

$$|\varphi(x) - \varphi(x_0)| \leq |x^2 - x_0^2| \int_1^e t^2 \ln t dt$$

b) En déduire la continuité de φ sur $\mathbb{R}$.

3–a)

Prouver que φ est dérivable en 0 et calculer $\varphi'(0)$.

b) Démontrer que φ est dérivable sur $\mathbb{R}^*$.

4)

Etudier la monotonie de φ sur $\mathbb{R}_+$.

5–a)

Calculer $\int_1^e \frac{\ln t}{t^2}dt$.

b) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} x^2\varphi(x)$ et donner un équivalent de $\varphi(x)$ au voisinage de $+\infty$.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.