



## ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ECE

ENONCE NUMERO 7

1) \_\_\_\_\_

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \begin{cases} x^n \exp(-\frac{x^2}{2}) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

a) Etablir la convergence de l'intégrale  $\int_0^{+\infty} f_n(x) dx$ . On pose alors  $I_n = \int_0^{+\infty} f_n(x) dx$ .

b) Déterminer une relation de récurrence entre  $I_{n+1}$  et  $I_n$ .

c) Calculer  $I_0$  et  $I_1$ .

2-a) \_\_\_\_\_

Montrer que  $f_1$  est une densité de probabilité.

b) Tracer la courbe représentative de  $f_1$  dans une repère orthogonal.

Dans la suite on note  $X$  une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ , de densité  $f_1$ .

c) Déterminer la fonction de répartition  $F$  de  $X$ .

d) Justifier l'existence de l'espérance  $E(X)$  de  $X$  et de sa variance  $V(X)$ . Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$ .

4) \_\_\_\_\_

On pose  $Y = X^2$ .

a) Montrer que  $Y$  est une variable aléatoire à densité.

b) Quelle est la loi de  $Y$  ?